УДК 621.833.6

В.А.ТКАЧЕНКО, проф. к.т.н., Национальный аэрокосмическийуниверситет- “ХАИ”

ТРАЕКТОРНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ САТЕЛЛИТОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ

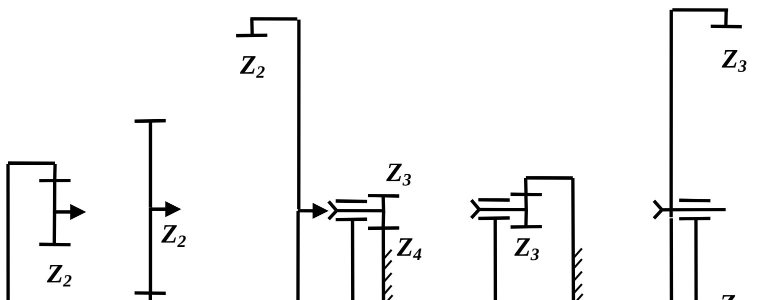
The analysis of new possibilities of curves circumscribed by points of satellites of differential mechanisms with two degrees of mobility is represented. Is shown, that any differential mechanism can derivate anyone cycloid curve even changed during work separately of the taken mechanism.

Общеизвестно [1], что в простых планетарных механизмах $W=1$ с неподвижным (солнечным) колесом z_4 любая точка сателлита z_2-z_3 описывает одну из циклоидальных кривых (рис.1), подчиняющихся уравнению

$$\begin{cases} x = r_H\cos\alpha_H + r\cos\alpha \\ y = r_H\sin\alpha_H + r\sin\alpha \end{cases}, \qquad (1)$$

где $\alpha = \alpha_H(1-i_{34}^H)$ - угол поворота сателлита при повороте водила на α_H , $r_H = |r_{w4} \pm r_{w3}|$- радиус водила, а r- расстояние от оси сателлита z_3 до точки M, образующей кривую. Общеизвестно также, что в целом характер кривых зависит только от вида зацепления сателлита с неподвижным колесом z_4 и не зависит от вида первого зацепления z_1-z_2. Иными словами: одна и та же кривая может быть получена с помощью одного из механизмов, например, типа AI, IA, I_CA, у которых второе зацепление представляет собой элементарный планетарный механизм типа A.

Элементарный планетарный механизм типа A дает (рис. 1,в) для точки M эпициклоиды, механизм типа I (рис.1,г) – гипоциклоиды и механизм типа I_c (рис.1,д) – перициклоиды.



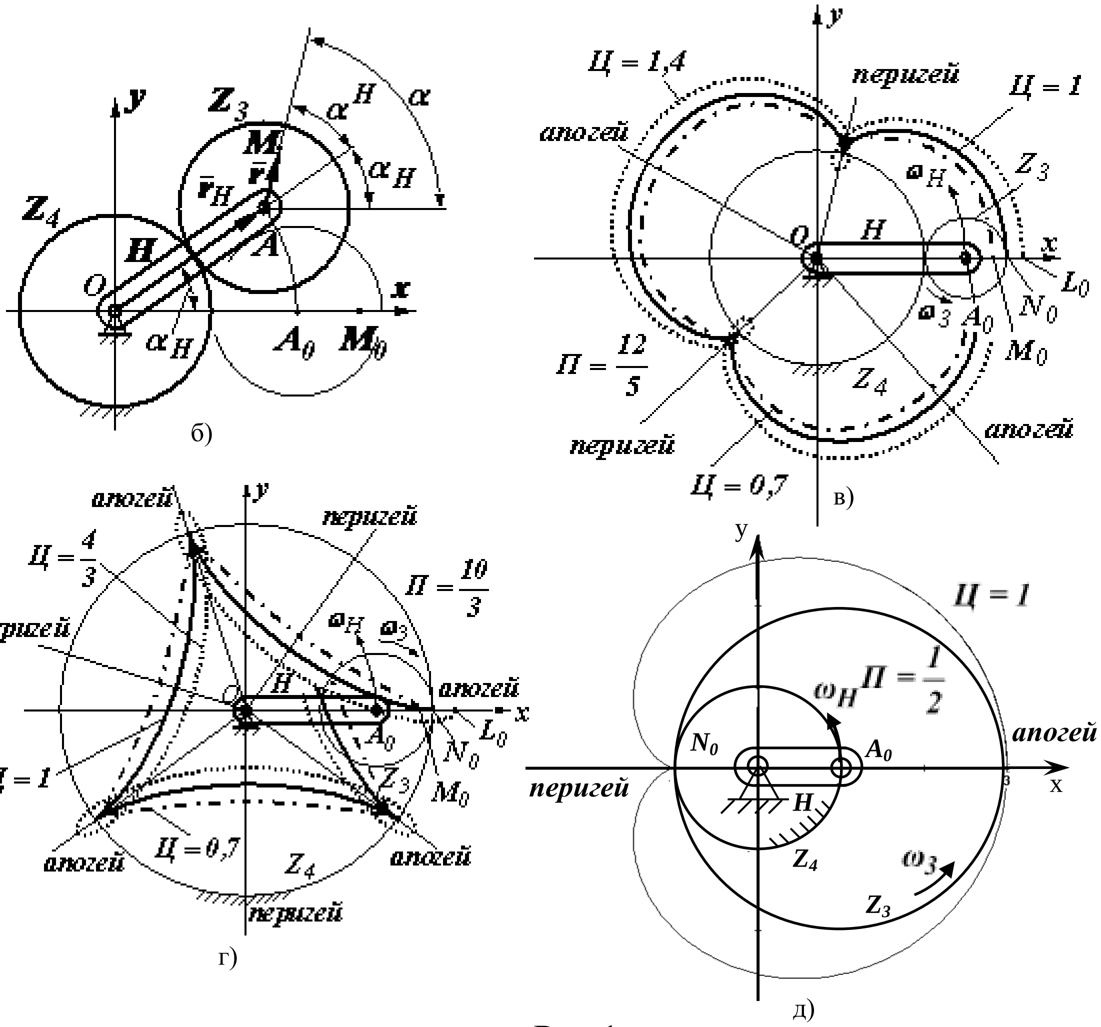


Рис.1

гипоциклоиды (Ц = 1)

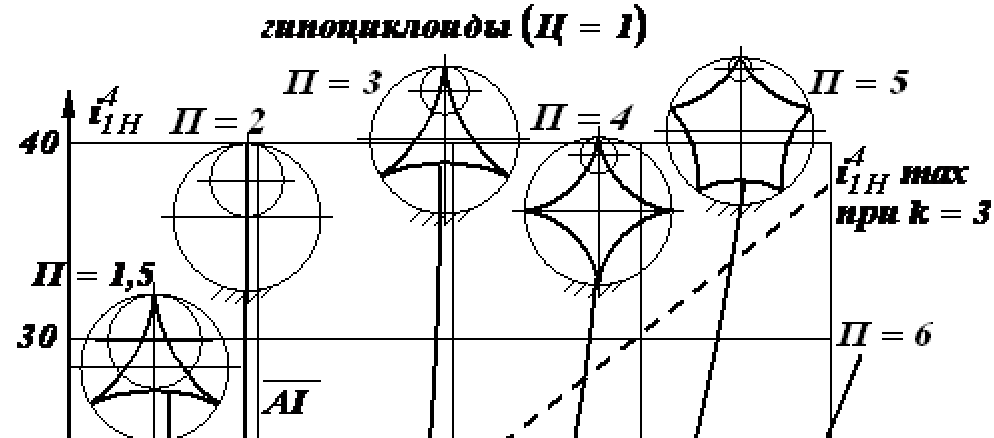


Рис.2

Все получаемые кривые характеризуются, прежде всего, параметром периодичности (периодом) $П = \left| i_{34}^{H} \right|$ и параметром вида кривой $Ц = \dfrac{r}{r_{w3}}$. При Ц=1 образуется нормальная кривая. Для эпициклоид и гипоциклоид при Ц<1 описываются укороченные и при Ц>1 – удлиненные кривые; перициклоиды дают при Ц <1 удлиненные, а при Ц >1- укороченные кривые.

Период П определяет интервалы цикличности кривых, положение и количество апогеев и перигеев. Если представить период в виде простой дроби $\Pi = \frac{n}{m}$, то её знаменатель m дает число оборотов водила, в котором укладывается целое число n циклоидальных кривых.

Дополнительно нами отмечено, что характеристики кривых (их вид и величина периода П) влияют на выбор схемы планетарного механизма и назначение величины его конструктивного параметра $x\lambda = {}^{r_{w_2}}\!/_{r_{w_3}}$.

Решением генеральных уравнений для подбора чисел зубьев такая зависимость П $x\lambda$ может быть нанесена на имеющиеся области существования [2] в виде изолиний П=const. Для механизмов $AI, \overline{AI}$ и AA такие решения приведены на рис.2.

Более сложные по виду циклоидальные кривые могут быть получены с помощью бипланетарных механизмов [3,4]. Общее свойство для всех планетарных механизмов с $W = 1$: точка сателлита в отдельно взятом механизме описывает только фиксированную кривую определенного типа ($\Pi = \text{const},\ Ц = \text{const}$).

Принципиально иначе ведут себя сателлиты дифференциальных механизмов при $W = 2$, когда все центральные звенья подвижны (нет солнечного колеса z_4). Один и тот же дифференциальный механизм может образовать различные эпициклоиды, гипоциклоиды и перициклоиды (даже с меняющимся периодом П и параметром Ц) в зависимости от величины и знака дифференциального передаточного отношения $i_{4H} = \frac{\alpha_4}{\alpha_H} = \frac{\omega_4}{\omega_H}$. Появляется новое ценное свойство: возможность управлять ($i_{4H} = \text{Var}$) характером и параметрами циклоидальных кривых точек сателлитов.

У дифференциальных механизмов при $W = 2$ начальные окружности зубчатых колес z_3 и z_4 не являются неподвижными и подвижными центроидами для образования кривых, как в планетарных механизмах когда $\alpha_4 = 0$ и $i_{4H} = 0$. Центроидами для дифференциальных механизмов служат некоторые вспомогательные центроидные окружности радиуса R_4 (с центром в точке О, неподвижная центроида) и радиуса R_3 (с центром в точке А, подвижная центроида). Эти центроидные окружности определяют периодичность $\Pi = \frac{R_4}{R_3}$ и вид кривых $Ц = \frac{r}{R_3}$.

Для центроидных окружностей при неподвижности окружности R_4 справедлива формула Виллиса в виде $\frac{\alpha - \alpha_H}{-\alpha_H} = \pm\frac{R_4}{R_3} = i_Ц^H$, где $i_Ц^H$ – центроидное передаточное отношение. Отсюда

$$\alpha = \alpha_H(1 - i_Ц^H) \qquad (2)$$

Связь между центроидным передаточным отношением $i_{Ц}^{H} = \pm П$ и реальными передаточными отношениями звеньев дифференциального механизма определяется также с учетом формулы Виллиса $\frac{\alpha - \alpha_H}{\alpha_4 - \alpha_H} = i_{34}^{H}$.

Отсюда

$$\alpha = \alpha_H + i_{34}^{H}(\alpha_4 - \alpha_H) = \alpha_H - i_{34}^{H}(1 - i_{4H})\alpha_H = \alpha_H\left[1 - i_{34}^{H}(1 - i_{4H})\right] \qquad (3)$$

Сравнение формул (2) и (3) дает

$$i_{Ц}^{H} = i_{34}^{H}(1 - i_{4H}) \qquad (4)$$

и

$$П = \left|i_{Ц}^{H}\right| = \left|i_{34}^{H}(1 - i_{4H})\right| \qquad (5)$$

Радиусы центроидных окружностей определяются условием $\left|R_4 \pm R_3\right| = r_H$ как

$$R_4 = r_H\left|\frac{i_{Ц}^{H}}{i_{Ц}^{H} - 1}\right| = r_H\left|\frac{i_{34}^{H}(1 - i_{4H})}{i_{34}^{H}(1 - i_{4H}) - 1}\right|,$$

$$R_3 = r_H\left|\frac{1}{i_{Ц}^{H} - 1}\right| = \frac{r_H}{\left|i_{34}^{H}(1 - i_{4H}) - 1\right|} \qquad (6)$$

Уравнение траекторий точек сателлитов дифференциальных механизмов отвечает уравнению (1) с соответствующей подстановкой угла α из (2) или (3) и может быть приведено к виду

$$\begin{cases} x = r_H\cos\alpha_H + r\cos\alpha_H\left[1 - i_{34}^{H}(1 - i_{4H})\right] \\ y = r_H\sin\alpha_H + r\sin\alpha_H\left[1 - i_{34}^{H}(1 - i_{4H})\right] \end{cases} \qquad (7)$$

При $i_{4H} = 0$ получим параметры траекторий точек сателлитов простого или элементарного планетарного механизма при $W = 1$ (см. рис.1) и уравнение вида (1).

При $i_{4H} = 1$, то есть когда $\alpha_4 = \alpha_H$, весь механизм вращается как единое целое и точки сателлита описывают окружности с центром в точке О (образуется дифференциал повышенной надежности [5]).

При $i_{Ц}^{H} = 1$ из (2) получим $\alpha = 0$, а из (4) $(i_{34}^{H})_0 = \frac{1}{1 - i_{4H}}$.

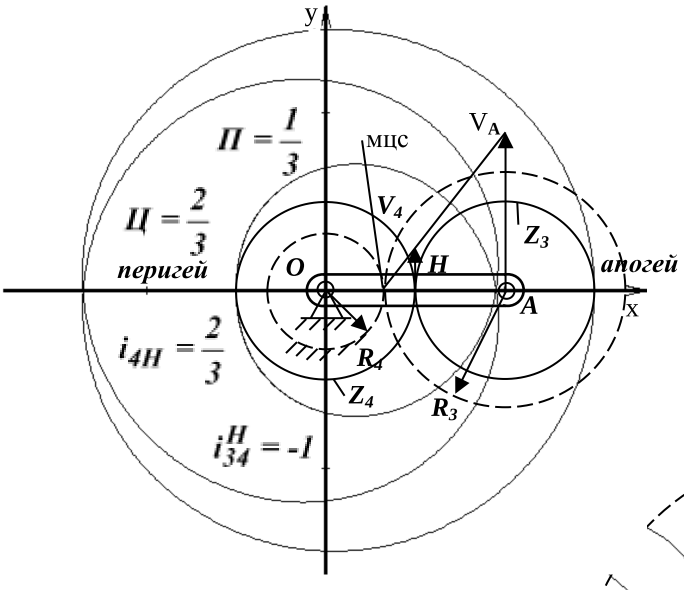
В этом случае сателлит, как тело, движется поступательно (отсутствует вращательное движение сателлита), а его точки описывают окружности, центры которых располагаются на окружности радиуса r с центром в точке О.

Рассмотрим возможность управления кривыми на примере элементарного дифференциального механизма типа А (рис. 3). Расположение центроидных окружностей R_3 и R_4 и положение мгновенного центра скоростей (МЦС) зависит, прежде всего, от отношения скоростей точек в полюсе зацепления колес z_3 и z_4 $V_4 = r_{w4}\omega_4$ и на оси сателлита $V_A = r_H \omega_H$.

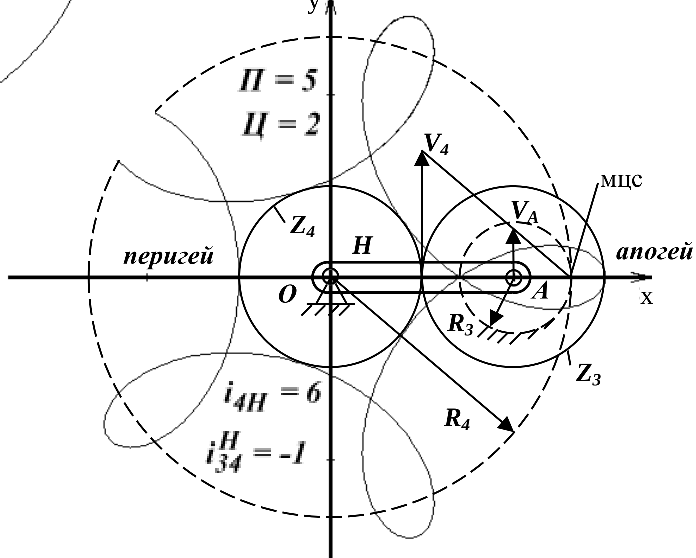
Если эти скорости дают МЦС в пределах межосевого расстояния r_H (между точками О и А как на рис. 3,а), центроидное зацепление окружностей R_3 и R_4 является внешним и любая точка сателлита описывает кривую эпициклоидального типа, зависящую от i_{4H}, i_{34}^{H} и положения описывающей точки М (радиуса r). При $r > R_3$ получим удлиненную эпициклоиду, при $r < R_3$ - укороченную. На рис. 3,а показан пример эпициклоиды для точки, имеющей $r = r_{w3}$ и $Ц = 2/3$ при $i_{4H} = \frac{2}{3}$, $i_{34}^{H} = -1$, дающих $П = \frac{1}{3}$.

Если $V_4 > V_A$, МЦС перемещается в точку, расположенную вне отрезка ОА справа (за точкой А) как на рис. 3,б. В этом случае получаются гипоциклоидальные кривые, несмотря на внешнее зацепление колес $z_3 - z_4$. На рис. 3,б показана удлиненная гипоциклоида точки сателлита, имеющей как и в предыдущем случае $r = r_{w3}$ и $i_{34}^{H} = -1$. Новое дифференциальное передаточное отношение $i_{4H} = 6$ дает $П = 5$ и $Ц = 2$.

Такие же три случая расположения МЦС с теми же результатами дают элементарные дифференциальные механизмы типа I и I_c.



а)



б)

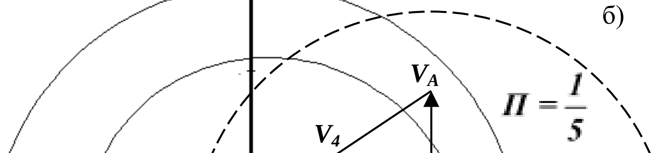


Рис.3

При $V_4 < V_A$ возможен третий случай расположения МЦС вне межосевого расстояния ОА со стороны центральной оси вращения (точки О) как на рис. 3,в. В этом случае $R_4 < R_3$ и обкатывающаяся окружность R_3 дает перициклоидальные кривые. На рис. 3в показана удлиненная перициклоида с параметрами $r = r_{w3}$, $i_{34}^{H} = -1$, $i_{4H} = 1{,}2$, $\Pi = 0{,}2$, $Ц = 0{,}4$.

Таким образом, любой трехзвенный дифференциальный механизм $W = 2$ независимо от его схемы, дает набор всех кривых циклоидального типа. Тип, вид и параметры этих кривых зависят, прежде всего, от отношения скоростей V_4 и V_A, определяющих разное расположение МЦС. Управлять расположением МЦС, а, следовательно, и видом кривых, можно в отдельно взятом конструктивно выполненном дифференциальном механизме даже в процессе его работы дискретно или непрерывно (например, с помощью вариатора), изменяя угловые скорости водила и центрального колеса z_4 (точнее, изменяя дифференциальное передаточное отношение i_{4H}).

Общее правило: в любом трехзвенном дифференциальном механизме, если МЦС находится внутри межосевого расстояния r_H, точки сателлитов образуют эпициклоиды; если МЦС расположен вне r_H со стороны сателлита – получаются гипоциклоиды и если МЦС находится вне r_H со стороны центральной оси – описываются перициклоиды.

Список литературы: 1. *Семенов М.В.* Исследование движения сателлитов планетарных механизмов. Труды семинара по ТММ ин-та машиноведения, т.XV, вып.60, АН СССР, 1956. с 15-21. 2. *Ткаченко В.А.* Проектирование многосателлитных планетарных передач, ХГУ, 1961, 182 с. 3. *Цыплаков Ю.С.* Бипланетарные механизмы. М. Машиностроение, 1956, 95 с. 4. *Лобастов В.К.* Кинематика, образование и выбор схем бипланетарных исполнительных механизмов. Теория механизмов и машин, вып.32, Респ. межвед. научно-технич. сборник, Харьков, „Вища школа”, 1982, с. 88-94. 5. *Ткаченко В.А.* О многократном резервировании механических приводов. Вестник ХГПУ, вып. 109, ХГПУ, 2000, с. 49-55.