

Ю.М. КУХТЕНКОВ, канд. техн. наук, НТУ «ХП», м. Харків

ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ВИХРОВИХ ДЖУГТІВ І ЦИРКУЛЯЦІЇ У ВІДСМОКТУЮЧИХ ТРУБАХ РО ГІДРОТУРБІН ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ПУЛЬСАЦІЙ ТИСКУ

В статті дано описання математическої моделі для прогнозування низькочастотних пульсацій тиску для произвольного числа физических вихревых жгутов в отсасывающей трубе. Получены аппроксимационные зависимости геометрических параметров вихревых жгутов - эксцентриситета, диаметра и угла наклона вихревой линии, в отсасывающей трубе в широком диапазоне режимов работы для прогнозування пульсацій тиску на основе данных визуальных экспериментальных исследований и зондирования потока в трубе с помощью датчиков-зондов тиску для гидротурбин РО115, РО140, РО170.

У статті дано опис математическої моделі для прогнозування низькочастотних пульсацій тиску для довільного числа фізичних вихрових джгутів у трубі, що відсмоктує. Отримані апроксимаційні залежності геометричних параметрів вихрових джгутів - ексцентриситету, діаметра й кута нахилу вихрової лінії, у трубі, що відсмоктує, у широкому діапазоні режимів роботи для прогнозування пульсацій тиску на основі даних візуальних експериментальних досліджень і зондування потоку в трубі за допомогою датчиків-зондів тиску для гідротурбін РО115, РО140, РО170.

Актуальність теми. Вібраційний стан у гідротурбінах у значному ступені залежить від пульсацій тиску (п.т.), які обумовлені рухом вихрових джгутів (в.д.) за робочими колесами у відсмоктуючій трубі (в.т.). Експериментально встановлено, що у гідротурбінах на режимах недовантаження та форсування потужності трапляється наявність одного або декількох вихрових джгутів. Силова взаємодія вихорів з елементами проточного тракту може призвести до серйозних аварій. В більшості ці вихрові джгути мають складну просторову гвинтову форму, тому для розрахунку п.т. треба використовувати просторові математичні моделі. Технічні показники сучасних гідротурбін достатньо високі, тому для їхнього подальшого поліпшення треба удосконалювати методики розрахунку пульсаційних характеристик гідротурбіни, які характеризують рівень нестационарності гідротурбіни. Математичні моделі для розрахунків низькочастотних п.т. у в.т. повинні бути досить простими і в той же час, достатньо повно відображати закономірності робочого процесу, забезпечуючи необхідну точність розрахунків амплітуд та частот п.т. у в.т. гідротурбін з використанням геометричних параметрів в.д. - ексцентриситету, діаметру і кута нахилу вихрової лінії. Прогнозування пульсаційних характеристик шляхом створення нових методик їх розрахунків на основі розроблення просторових математичних моделей руху в.д. у в.т. дозволяє уточнити розрахунки на динамічну міцність, збільшити надійність, довговічність і точніше вказати зону експлуатаційних режимів роботи гідротурбіни. Метою даної роботи є прогнозування пульсаційних характеристик гідротурбін на основі просторової математическої моделі руху в.д. у в.т. і визначення залежностей

геометричних параметрів в.д. від режимів роботи на основі проведених зондових експериментальних досліджень для одержання апроксимаційних залежностей.

Просторова математична модель розрахунку пульсацій тиску у відсмоктуючій трубі. На основі узагальнення існуючих підходів і проведених експериментальних досліджень ставилась та була вирішена задача розробки просторової математичної моделі розрахунку п.т. від довільного числа фізичних (основних) в.д. рівної інтенсивності з рівним кроком у циліндричній в.т. [1-4].

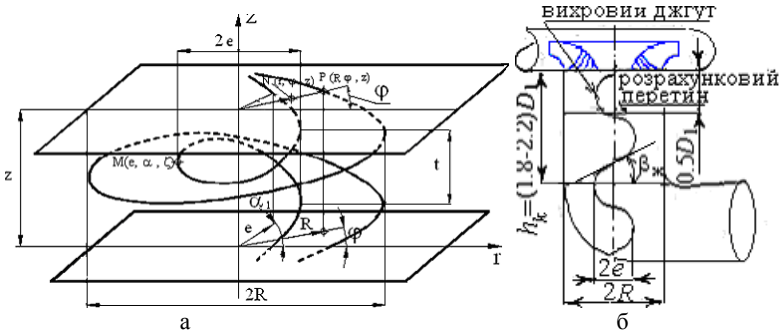


Рис.1 – Розрахункова схема джгутових п.т. у в.т.: а – схема основного вихрового джгута (внутрішній – випадок з одним джгутом) і вихрової лінії вихрової поверхні, що моделює стінку відсмоктуючої труби; б – вихровий джгут у в.т.

Стінка в.т., як і у роботі д.т.н. Григор'єва В.І., моделюється вихровою поверхнею, яка складається з нескінченно великого числа тонких вихрових шнурів змінної інтенсивності з кроком рівним кроку фізичних в.д., які мають форму гвинтової спіралі (рис.1а). Задача розглядалась у квазістационарній постановці, рідина нев'язка. Поток поза вихором при визначенні індуктованих швидкостей приймався потенціальним. Урахований також додатковий осесиметричний потік, що обумовлений проходженням рідини через робоче колесо. Задача зводиться до пошуку швидкостей у будь-якій точці в.т. Сумарна швидкість у в.т. записується

$$\bar{V} = \sum_{s=1}^{z_{жк}} \bar{V}_{жс} + \bar{V}_{\Pi} + \bar{V}_q, \quad (1)$$

де $\bar{v}_{жс}$ – швидкості, що індуктовані фізичними в.д., \bar{v}_{Π} – швидкість, що індуктована вихровою поверхнею, \bar{v}_q – швидкість додаткового осесиметричного потоку, $z_{жк}$ – число в.д.ів, s – порядковий номер фізичних в.д., $1 \leq s \leq z_{жк}$. Складові швидкості, що індуктовані в.д., визначаються з формул, які наведені у роботі Кочіна М.Є. у вигляді:

$$V_x = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_L \left(\frac{\eta - y}{\rho^3} d\zeta - \frac{\zeta - z}{\rho^3} d\eta \right) \quad V_y = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_L \left(\frac{\zeta - z}{\rho^3} d\xi - \frac{\xi - x}{\rho^3} d\zeta \right)$$

$$V_z = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_L \left(\frac{\xi-x}{\rho^3} d\eta - \frac{\eta-y}{\rho^3} d\xi \right) \quad (2)$$

де Γ – інтенсивність вихрової лінії, L – довжина вихрової лінії, а ξ, η, ζ і x, y, z – координати точки M на вихорі і довільної точки N відповідно.

Враховуючи, що форма в.д. у в.т. з деяким наближенням приймається у вигляді гвинтоподібної спіралі, то можна записати:

$$\xi = e \cos \alpha, \quad \eta = e \sin \alpha, \quad \zeta = t\alpha / 2\pi = m\alpha, \quad (3)$$

де e, t, α – радіус (ексцентриситет), крок і кутова координата в.д.; при $\alpha=0$ маємо $\zeta=0$. Координати x, y, z довільної точки N записуються:

$$x = r \cos \phi, \quad y = r \sin \phi, \quad z = t\alpha_1 / 2\pi = m\alpha_1, \quad (4)$$

де r, ϕ, z – циліндричні координати точки N ; α_1 – значення кута α , при якому $\zeta=z$. Параметр m можна визначити через ексцентриситет – e і кут нахилення гвинтової лінії в.д. – $\beta_{ж}$ (5):

$$m=t/2\pi=2\pi e \operatorname{tg} \beta_{ж} / 2\pi = e \operatorname{tg} \beta_{ж} = \bar{e} R \operatorname{tg} \beta_{ж}, \quad (5)$$

де R – радіус відсмоктуючої труби, $\bar{e} = e/R$ – відносний ексцентриситет в.д. Підставляючи ξ, η, ζ із (3) і x, y, z з (4) у (2), маємо

$$\bar{V}_{ж} = f(\Gamma, \bar{e}, R, \beta_{ж}, \phi, \alpha_1, \rho), \quad (6)$$

де $\rho = \sqrt{e^2 + r^2 - 2er \cos(\alpha - \phi) + m^2(\alpha - \alpha_1)^2}$
 $= R \sqrt{\bar{r}^2 - 2\bar{e}\bar{r} \cos(\alpha - \phi) + \bar{e}^2 [1 + (\alpha - \alpha_1)^2 \operatorname{tg}^2 \beta_{ж}]}$ – відстань між точками

$M(e, \alpha, \zeta)$ та $N(r, \phi, z)$, $\bar{r} = r/R$ – відносна відстань від довільної точки N поза вихором до осі турбіни.

Узгодження між проєкціями швидкостей у циліндричній і декартовій системах координат:

$$V_r = V_x \cos \phi + V_y \sin \phi, \quad V_\phi = V_y \cos \phi - V_x \sin \phi, \quad V_z = V_z. \quad (7)$$

Розглянемо багатовихрову схему – випадок з декількома фізичними в.д. Підставляючи проєкції V_x, V_y, V_z швидкості $\bar{V}_{ж}$ з (6) в (7), знаходимо складові швидкості, яка індуктована одним з декількох фізичних в.д. рівної інтенсивності у довільній точці $N(r, \phi, z)$ у циліндричній системі координат:

$$\left. \begin{aligned} V_{жsr} &= \frac{\Gamma (\bar{e} R)^2 \operatorname{tg} \beta_{ж}}{4\pi z_{ж}} \int_{\alpha_{SH}}^{\alpha_{SK}} \frac{\sin(\alpha_S - \phi) - (\alpha_S - \alpha_{S1}) \cos(\alpha_S - \phi)}{\rho_S^3} d\alpha \\ V_{жs\phi} &= \frac{\Gamma \bar{e} R^2 \operatorname{tg} \beta_{ж}}{4\pi z_{ж}} \int_{\alpha_{SH}}^{\alpha_{SK}} \frac{\bar{r} - \bar{e} [\cos(\alpha_S - \phi) + (\alpha_S - \alpha_{S1}) \sin(\alpha_S - \phi)]}{\rho_S^3} d\alpha \\ V_{жsz} &= \frac{\Gamma \bar{e} R^2}{4\pi z_{ж}} \int_{\alpha_{SH}}^{\alpha_{SK}} \frac{\bar{e} - \bar{r} \cos(\alpha_S - \phi)}{\rho_S^3} d\alpha \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

де $z_{ж}$ – число фізичних в.д., ρ_s – відстань між точкою на в.д. $M_s(e, \alpha_s, \zeta)$ і точкою $N(r, \phi, z)$ в довільному місці в.т. для випадку з декількома фізичними в.д., s – порядковий номер фізичного в.д., а $\alpha_s = \alpha + \frac{2\pi}{z_{ж}}(s-1)$.

Швидкості, які індуювані вихровою поверхнею, що моделює стінки в.т., є функціями багатьох параметрів

$$\bar{V}_{\Pi} = f[e, \beta_{ж}, \gamma(\alpha_2), \phi, \alpha_1, \rho_{\Pi}]. \quad (9)$$

Невідома функція $\gamma(\alpha_2)$ в (9) визначається при виконанні граничних умов на стінці в.т.:

$$\sum_{s=1}^{z_{ж}} V_{жrs} + V_{\Pi r} = 0, \quad (10)$$

$$R \sin \beta_{\Pi} \int_0^{2\pi} \gamma(\alpha_2) d\alpha_2 = -\Gamma, \quad (11)$$

де $\gamma(\alpha_2)$ – напруженість вихрового шару, що моделює стінку в.т.; β_{Π} – кут нахилу вихрової лінії вихрової поверхні; $\Gamma = \Gamma_{2вт}$, а $\Gamma_{2вт}$ – циркуляція за робочим колесом біля втулки.

Ці умови дозволяють визначити напруженість $\gamma(\alpha_2)$ із (10) з урахуванням (11). Підставляючи із рівняння (8) вираз для $V_{жrs}$ і $V_{\Pi r}$ з (9) у (10) і враховуючи, що $\bar{r} = 1$, $\alpha_1 = \text{const}$, маємо рівняння

$$\lambda \int_0^{2\pi} \gamma(\alpha_2) F(\phi, \alpha_2) d\alpha_2 = f(\phi). \quad (12)$$

Рівняння у формі (12) є рівнянням Фредгольму 1 роду. Для багатовихрової схеми, а функції $F(\phi, \alpha_2)$, $f(\phi)$ і λ визначені в залежності від $\beta_{ж}$, що дозволяє при розрахунках безпосередньо вживати експериментальні дані по кутах $\beta_{ж}$. Для одновихрової схеми це рівняння було складено Григор'євим В.І. Для виконання вимоги (10) в розрахунковому перетині, який розміщується на відстані $0,5D_1$ від ободу робочого колеса у в.т. (рис.1б), виконуємо ряд рішень (12) для розрахункової висоти труби h_k . Приблизно в цьому ж місці, згідно з вимогами МЕК, встановлюється датчик для вимірювання тиску у трубі.

Звісно, що безпосереднє рішення рівняння Фредгольму 1 роду (12) викликає труднощі у зв'язку з його некоректністю. Тому функцію $\gamma(\alpha_2)$ задаємо в вигляді ряду Фур'є з невідомими коефіцієнтами

$$\gamma(\alpha_2) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos k\alpha_2 + b_k \sin k\alpha_2). \quad (13)$$

З (13) витікає, що число невідомих коефіцієнтів ряду дорівнює $(2n+1)$, де n – число гармонік, k – номер гармоніки. Тому що a_0 легко знаходиться, використовуючи другу граничну умову (11), то в подальшому маємо число невідомих $2n$, які знаходимо з рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) з числом рівнянь також $2n$, які побудовані на основі граничної умови (10) в перетвореному вигляді (12). Підставляючи (13) в другу граничну умову (11) знаходимо $a_0 = \frac{-\Gamma_{2\text{вт}}}{\pi R \sin \beta_n}$.

Маючи розподіл $\gamma(\alpha_2)$ визначаємо V_n , а потім і сумарну швидкість на стінці в.т. по (1). Осьова (витратна) та окружна (від циркуляційного вихрового потоку) складові швидкості V_q додаткового осесиметричного потоку у (1)

$$\text{визначаються по залежностях } V_{qz} = Q / \pi \cdot R^2 (1 - \sum_{i=1}^{z_k} \bar{d}_j^2) \quad \text{і} \quad V_{q\phi} = \frac{\Gamma_{2\text{пер}} - \Gamma_{2\text{вт}}}{2\pi R}$$

відповідно.

Розрахунки максимальної і мінімальної сумарних швидкостей проводяться у розрахунковому перетині при постійному значенні циркуляції для обраного режиму по оборотах і витраті на стінці в.т. Подвійну амплітуду п.т. визначаємо з використанням інтегралу Бернуллі:

$$\frac{2A}{H} = \frac{V_{\max}^2 - V_{\min}^2}{2gH}, \quad (14)$$

де A – амплітуда п.т.у, м; H – напір випробувань, м.

В (14) V_{\max} і V_{\min} визначені із урахуванням формули

$$V = (V_r^2 + V_\phi^2 + V_z^2)^{1/2}, \text{ де на стінці } \bar{r} = 1, V_r = 0, \text{ а}$$

$$V_r = \sum_{s=1}^{z_{sr}} V_{жсrs} + V_{nr}; \quad V_\phi = \sum_{s=1}^{z_{s\phi}} V_{жсs\phi} + V_{n\phi} + V_{q\phi}; \quad V_z = \sum_{s=1}^{z_{sz}} V_{жсsz} + V_{nz} + V_{qz} \text{ Для розра-}$$

хунку частоти п.т. визначаємо окружну швидкість на одному з фізичних в.д. у розрахунковому перетині при $r = e$:

$$V'_\phi = \sum_{S=1}^{S=Z_\phi} V_{жсs\phi} + V_{n\phi}. \quad (15)$$

В (15) $V_{жсs\phi}$ – окружна складова швидкості, що індуктована фізичними в.д.; $V_{n\phi}$ – окружна складова швидкості, яка індуктована вихровою поверхнею, що моделює стінку в.т. В (15) не урахована $V_{q\phi}$, що має невеликі значення при $\bar{e} = 0-0.6$. Визначивши V'_ϕ , знаходимо кутову частоту обертання

$$\text{джгута } \omega_{\text{ж}} = \frac{V'_{\phi}}{R e} \text{ і частоту п.т.у за робочим колесом } - f_{\text{ж}} = \frac{V'_{\phi} z_{\text{ж}}}{2 \pi R e}.$$

Експериментальне визначення геометричних параметрів вихрових джгутів та циркуляції за робочим колесом.

Програми для визначення п.т. складені на мові Фортран і у середовищі Mathcad. Одержані прогнознi пульсаційні характеристики для турбін РО115, РО230 (рис.3), РО310 розробки ВАТ “Турбоатом”. Отриманий рівень п.т. є допустимим і гарантує надійну роботу гідротурбін.

Важливим моментом для розрахунку п.т. є підготовка геометричних параметрів в.д. – відносного ексцентриситету $-\bar{e}$, відносного діаметра $-\bar{d}_{\text{ж}}$ і кута нахилення вихрової лінії $-\beta_{\text{ж}}$, кроку, числа витків в.д. та ін. за допомогою яких здійснюється побудова сумарної пульсаційної характеристики з урахуванням границь переходу від одновихрової до двовихрової схеми. Вона здійснювалася на основі апроксимації даних, що були одержані з візуальних експериментів з фотографуванням в.д. і з використанням датчика-зонда тиску.

Для в.д. гідротурбін на основі експериментів були одержані поліномні залежності \bar{e} , $\bar{d}_{\text{ж}}$, $\beta_{\text{ж}}$ у полі пульсаційної характеристики у вигляді:

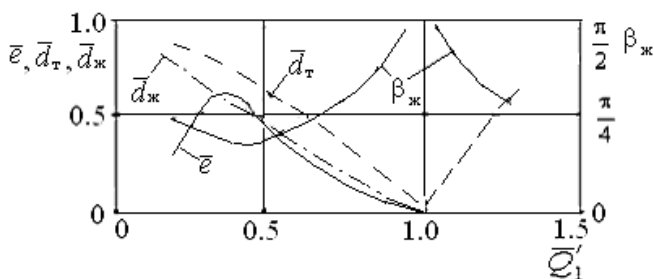
$$\left. \begin{aligned} \bar{e}(n'_1, Q'_1) &= A_0 + A_1 Q'_1 + A_2 Q_1^2 \\ \bar{d}_{\text{ж}}(n'_1, Q'_1) &= B_0 + B_1 Q'_1 + B_2 Q_1^2 \\ \beta_{\text{ж}}(n'_1, Q'_1) &= 90^\circ(1 - C_1 Q'_1 + C_2 Q_1^2 + C_3 Q_1^3) \end{aligned} \right\}, \quad (16)$$

де $A_0, A_1, A_2, B_0, B_1, B_2, C_1, C_2, C_3$ – змінні коефіцієнти поліномами від n'_1 .

Для модельної гідротурбіни РО170 \bar{e} , $\bar{d}_{\text{ж}}$, $\beta_{\text{ж}}$ були визначені із експериментів для $\bar{Q}'_1 = 0,4 - 1,2$, $\bar{n}'_1 = 0,9 - 1,1$, де $\bar{n}'_{1i} = \frac{n'_{1i}}{n'_{1\text{опт}}}$, $\bar{Q}'_{1i} = \frac{Q'_{1i}}{Q'_{1\text{опт}}}$ (рис.2).

Ці параметри можуть бути також визначені за допомогою приблизних емпіричних залежностей типу $\bar{e} = (4|(\bar{Q}'_1 - \bar{n}'_1)|\bar{Q}'_1 + 1) / (4 + |(\bar{Q}'_1 - \bar{n}'_1)|\bar{Q}'_1)$, $\beta_{\text{ж}} = 90(1 - k\sqrt{\bar{e}})$, де $k = 0,7 - 0,9$, і які були одержані на основі модельних експериментів для гідротурбін РО115-170.

З урахуванням отриманих апроксимацій (16) були виконані розрахунки по прогнозуванню п.т.у для РО гідротурбін для діапазону напорів 100-300 м. Розширення діапазону застосування залежностей (16) по напорах потребує додаткових розрахунково-експериментальних досліджень. На рис.2 представлені залежності \bar{e} , $\bar{d}_{\text{ж}}$, $\beta_{\text{ж}}$ від \bar{Q}'_1 при розрахунковому напорі $\bar{n}'_1 = \bar{n}'_{1p}$ для випадку одного в.д.

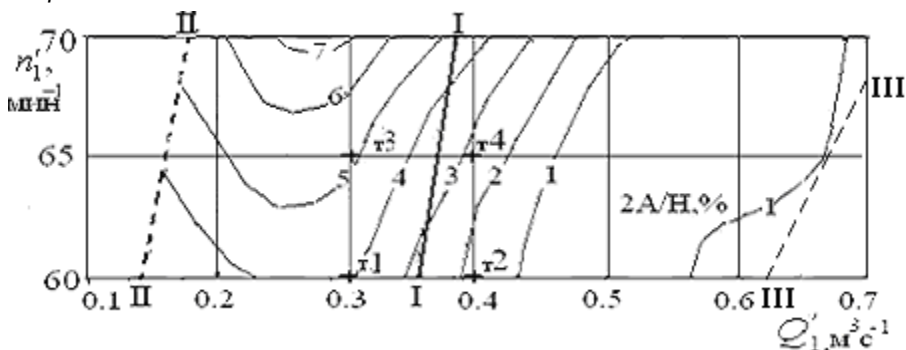


\bar{d}_t – відносний теоретичний діаметр вихрового джгута з формули Муракамі,

$\bar{d}_ж$ – відносний діаметр видимого джгута з візуального експерименту

Рис.2 – Залежності $\bar{\epsilon}$, $\bar{d}_ж$, $\beta_ж$ від \bar{Q}'_1 для $\bar{n}'_1 = \bar{n}'_{1p}$

Визначення циркуляції за робочим колесом здійснювалося на основі спрощеної осередненої осесиметричної задачі з урахуванням робіт Етінберга І.Е. і Гольдіна С.Л. Спочатку визначалася швидкість V_m із рівняння $dV_m/dl + M(l)V_m = N(l)$, а потім розраховувалась циркуляція за робочим колесом біля втулки $\Gamma_{2вт} = 2\pi R_{2вт} (R_{2вт} \pi n / 30 - V_m \text{ctg} \beta_{2вт})$, де $\beta_{2вт} = \beta_{2дл} + \Delta\beta$, а $\Delta\beta \approx 1^\circ - 3^\circ$.



⊕ – експериментальні точки (в т. 1-3,5%, т. 2-1,3%, т. 3-3,8%, т. 4-1,9%)

Рис.3 – Розрахункові амплітуди п.т. 2A/N, % у гідротурбіні PO230/3234

На рис.3 наведені розрахункові амплітуди п.т. у гідротурбіні PO230 у випадку одного в.д. Зліва від оптимуму визначаємо границю переходу від одновихрової схеми до двовихрової (лінія II-II) по значенню параметра $\Pi=2,5$, який визначений з експериментів у роботах Фелвея Г. Лінія I-I задовольняє умови $\bar{\epsilon} + \bar{\tau}_ж \leq 0,98$, зліва від неї $\bar{\epsilon}$ змінюється по лінійному закону від $\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_{\max}$ до $\bar{\epsilon} = 0$ при $\bar{Q}'_1 = 0$ (рис.3). Праву від оптимуму границю переходу одного в.д. до двох приймаємо на основі експериментальних даних: її коор-

динати по витраті, приблизно $(1,15-1,3) \bar{Q}'_{\text{онт}}$ – лінія III-III. Розглянута методика дозволяє виконати розрахунки п.т. для випадку з декількома в.д. при наявності додаткових даних про їх геометрію та інтенсивність. Шляхом накладання характеристик у полі $Q'_1 - n'_1$ можна отримати сумарну пульсаційну характеристику.

Висновки:

1. Робота спрямована на створення обґрунтованої методики чисельного прогнозування джгутових п.т. у в.т. гідротурбіни на основі просторової математичної моделі, проведення комплексу експериментів по визначенню геометричних параметрів в.д., що дозволило знайти для них аналітичні вирази.

2. Розроблена методика розрахунку дозволяє отримати прогнозні пульсаційні характеристики у широкому діапазоні режимів роботи гідротурбіни з урахуванням границь переходу від одного вихоря до двох. Створені програмні засоби, що дозволяють прогнозувати низькочастотні пульсації тиску у в.т. Прогнозні рівні п.т. можуть бути використані в розрахунках на динамічну міцність елементів гідротурбіни і для уточнення зони її експлуатації.

3. Застосування осесиметричної задачі дає можливість розраховувати інтенсивність в.д. з урахуванням геометрії вихідної кромки лопаті через циркуляцію у втулкових перетинах робочого колеса. Проведене порівняння циркуляції, що була одержана на основі розрахунків, з циркуляцією, що була одержана із зондових випробувань, свідчить про задовільне їхнє узгодження.

4. Візуальні дослідження з фотографуванням в.д. і дослідження потоків у в.т. за допомогою датчиків-зондів тиску дали можливість одержати експериментально апроксимаційні залежності змінення геометричних параметрів в.д. від режиму роботи гідротурбіни і більш точно прогнозувати джгутові пульсації тиску.

Список літератури: 1. *Григорьев В.Н.* Определение пульсаций давления в отсасывающей трубе под действием вихря за рабочим колесом гидротурбины // Энергомашиностроение, 1968, №9, - с.42-44. 2. *Завьялов П.С., Кухтенков Ю.М., Подвойский Ю.А.* К вопросу математического моделирования низкочастотных пульсаций давления в отсасывающих трубах жестколопастных гидротурбин // Вестник НТУ "ХПИ"- Харьков, 2002.- Вып. 132.- С. 94—99.. 3. *Завьялов П.С., Кухтенков Ю.М., Подвойский Ю.А.* Прогнозирование пульсаций давлений от нескольких вихревых жгутов за рабочим колесом РО гидротурбины // Вісник Національного технічного університету «ХПІ»: зб. наук. праць. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2001. – Вип. 129. – Ч.1. – С. 95-104. 4. *Кухтенков Ю.М.* Исследования жгутовых пульсаций давления в радиально-осевой гидротурбине РО115 // Вісник Національного технічного університету «ХПІ»: зб. наук. праць. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2007. – № 17. – С. 41-44.

Поступила в редколлегию 12.09.09