

Ю.А.СИЗЫЙ, докт. техн. наук, НТУ «ХПИ», г. Харьков,
Д.В.СТАЛИНСКИЙ, докт. техн. наук, ГНТЦ «Энергосталь», г. Харьков,
А.Н.УШАКОВ, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ», г. Харьков.

ТЕПЛОФИЗИКА МАССОВОГО РЕЗАНИЯ АБРАЗИВНЫМИ ЗЕРНАМИ ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА

У статті представлено аналітичне рішення задачі теплопровідності процесу різання одиничним абразивним зерном. На основі цього рішення розроблена й проаналізована кінцево-різницева модель нагрівання обробленої поверхні в процесі шліфування як результат різання одиничними абразивними зернами.

In this article the analytic solution of the heat conduction task of cutting process by single abrasive grain are considered. On the base of this solution the finite-difference model of heating machining surface in the process of grinding as a result of cutting by single abrasive grains are worked and analysed.

Первый, наиболее распространенный и хорошо разработанный Сипайловым В.А. [1], рассматривает источник тепла как сплошную поверхность контакта круга с обрабатываемой заготовкой. При этом плотность теплового потока в результате работы шлифования получают исходя из мощности шлифования, определяемой экспериментально. Другой подход [2,3,4] предполагает описание массового резания единичными абразивными зернами, т.е. источником тепла является работа резания единичными зернами.

Этот, второй подход, более сложный для его описания. Однако он привлекает к себе внимание возможностью более глубоко уяснить теплофизическую картину шлифования, а значит и более грамотно управлять процессом. Именно этот подход и является объектом исследований представленных в данной статье.

Описание теплофизики массового резания абразивными зернами основывается на решении тепловой задачи применительно к резанию единичным абразивным зерном, чему посвящается первая часть статьи.

Теплофизика резания единичным абразивным зерном.

Решение задачи нагрева обрабатываемой поверхности от резания абразивным зерном обязательно предполагает схематизацию процесса резания, которая включает в себя выбор формы зерна, кинематики и механики процесса взаимодействия зерна с обрабатываемой поверхностью, определение источников тепла, определения величины сопротивления обрабатываемой поверхности пластическим деформированием и трению на контактной поверхности и др. У авторов [2,3,4,5] занимавшихся тепловыми процессами при резании единичным зерном перечисленные вопросы

решались по разному. Однако общее, что их объединяет – это игнорирование тепла уносимого стружкой.

Кроме этого также общим для них является то, что принимается теплопроводность абразивного зерна на порядок меньше обрабатываемой стали. Поэтому получается, что выделяемое тепло при резании зерном не уносится стружкой и не переходит в само зерно.

Если обратиться к плоской классической ортогональной схеме механики резания зерном, которая используется Корчаком С.Н. [4] и показанной на рис.1 то источниками тепла являются работа деформации на плоскости сдвига и трения на площадке износа. Работа трения стружки о переднюю поверхность зерна учитывается, согласно Корчака С.Н., величиной угла сдвига, в формулу расчета которого входит усадка стружки как результат трения ее о переднюю поверхность.

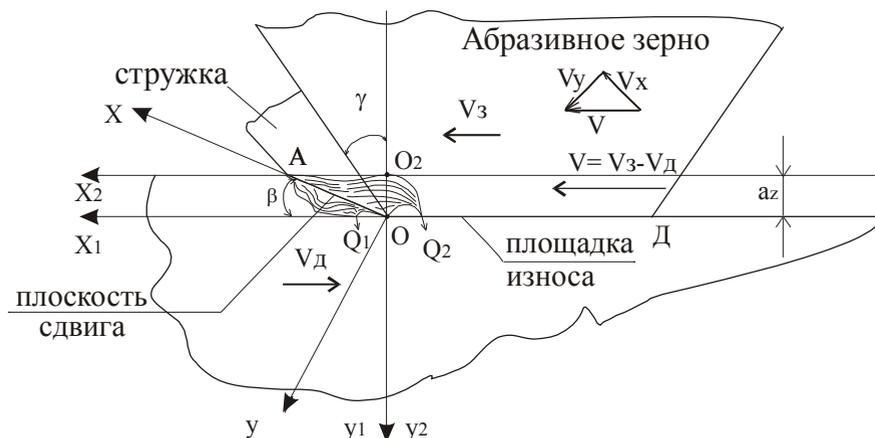


Рис. 1.

Поскольку, как предполагается, тепло работы резания все переходит в обрабатываемую поверхность, то следующим естественным шагом было "положить" плоскость сдвига на обрабатываемую поверхность. В результате получается плоский источник тепла, состоящий из двух участков: первый (фронтальный) представляет собой источник тепла от работы деформации, а второй – от работы трения на площадке износа.

Такая схематизация тепловой задачи резания зерном сразу упрощает ее окончательное решение, что и выполнено в работе Корчака С.Н. Однако, принятое предположение, что теплопроводность абразивного зерна на порядок меньше стали никем из упомянутых авторов не подтверждается, нет ни ссылок на литературу, ни данных собственных исследований. Этот "миф" как бы гуляет сам по себе еще начиная с работы Лурье Г.Б. [6].

Если обратиться к [7], то коэффициент теплопроводности электрокорунда $\lambda_{\text{э}}=0.197$ Дж/см·с·град, а стали Х18Н10Т - $\lambda_{\text{с}}=0.226$ Дж/см·с·град. С учетом объемной теплоемкости электрокорунда $C_{\text{в}}=3.016$ Дж/см²·град и стали $C_{\text{в}}=4.5$ Дж/см²·град получены коэффициенты температуропроводности соответственно 0.05 см²/с и 0.06 см²/с. Таким образом, следует говорить не о значительном различии, а наоборот, о большой близости теплофизических констант электрокорунда и стали Х18Н10Т. А для таких сталей как ШХ15, 30ХГС, 40Х [3] имеет место почти полное совпадение. Следовательно, учитывая то, что теплопроводность стружки также одинакова с теплопроводностью обрабатываемого материала, можно говорить о том, что источник тепла от работы деформации – плоскость сдвига движется со скоростью резания в однородной среде. Естественно, при этом отметить, что тепло впереди движущейся с высокой скоростью плоскости сдвига будет очень сжато перед источником и в основном сосредоточено за источником, т.е. в стружке и зерне. Поэтому, плоскость сдвига нельзя "ложить" на обрабатываемую поверхность, а надо принимать ее как она есть наклонной к направлению скорости резания или обработанной поверхности.

Решение такой задачи получено методом источников [8] и имеет следующий вид:

$$T(x_2, y_2) = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \int_0^{\tau} \int_0^l \frac{1}{\tau - t} \exp \left[\frac{-[x_2 \cos \beta + \sin(a_z - y_2) - x_u + V(\tau - t) \cdot \cos \beta]^2 - [\cos \beta (y_2 - a_z) + x_2 \sin(\beta) + V(\tau - t) \cdot \sin \beta]^2}{4 \cdot a(\tau - t)} \right] dx_u dt, \quad (1)$$

где $l=a_z/tq\beta$, q - плотность теплового потока от работы деформации;
 x_u - размер источника тепла (плоскость сдвига) вдоль оси X.

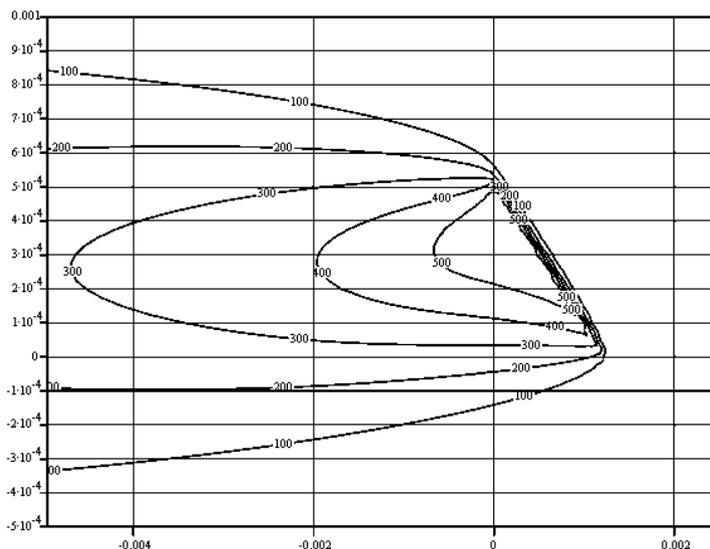
Приняв $q=0.05$ см²/с, $V=40$ м/с, $a_z=0.0005$ см, $\lambda=0.226$ Дж/см·с·град, $a=0.05$ см²/с, $\beta=0.3837$ [4] получено установившееся температурное поле в обработанной поверхности, стружке и зерне показанное на рис.2. Из этого рисунка видно, что тепло в основном сосредоточено за источником тепла, т.е. в области отрицательных значений X2 (абсциссы). При этом обрабатываемую поверхность, т.е. в области значений Y2 (ординаты) больших $a_z=5 \cdot 10^{-4}$ см, переходит значительно меньшая доля выделившегося тепла. Количественный анализ [8] показывает, что она менее 20% .

Установлен, также интересный факт, что нагрев поверхности от работы деформации не зависит от толщины среза при одинаковой плотности теплового потока на плоскости сдвига, что понятно, если иметь ввиду преобладающее распределение тепла от работы деформации в стружку и зерно.

$$\begin{aligned}
 az &:= 0.0005 & \lambda &:= 0.226 & a &:= 0.05 & v &:= 4000 & i &:= 0.100 & q &:= 0.4 \cdot 10^7 & \beta &:= 0.3837 & \tau &:= 2 \cdot 10^{-6} \\
 i &:= 0.80 & \Delta 1 &:= \frac{az \cdot 6}{\tan(\beta) \cdot 80} & \Delta 1 &= 9.289 \times 10^{-5} & x2_1 &:= \frac{-az \cdot 4}{\tan(\beta)} + i \cdot \Delta 1 \\
 j &:= 1..60 & \Delta &:= \frac{3 \cdot az}{60} & \Delta &= 2.5 \times 10^{-5} & y2_j &:= -0.0005 + \Delta \cdot j & \frac{az}{\tan(\beta)} &= 1.239 \times 10^{-3} \\
 & & & & & & & & l &:= \frac{az}{\sin(\beta)} & l &= 1.336 \times 10^{-3}
 \end{aligned}$$

$$T(x_2, y_2) := \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^\tau \int_0^{\tau-t} \frac{e^{-\frac{[x_2 \cos(\beta) + \sin(\beta) \cdot (az - y_2) - xv + v(\tau-t) \cos(\beta)]^2 - [\cos(\beta) \cdot (y_2 - az) + x_2 \sin(\beta) + v(\tau-t) \sin(\beta)]^2}{4 \cdot a \cdot (\tau-t)}}}{\tau - t} dx_2 dt$$

$$M_{i,j} := T(x2_i, y2_j)$$



M

Рис. 2.

Учесть нагрев от работы трения на площадке износа достаточно просто. Это решение задачи теплопроводности от движущегося плоского источника тепла по поверхности полупространства (обработанной поверхности). Такая задача решена в [8] и объединив задачи нагрева от работы деформации и трения на задней поверхности получено общее решение задачи нагрева поверхности при резании абразивным зерном.

Кроме описанного решения задачи теплопроводности для процесса резания единичным зерном в последние годы получил распространение

подход, предложенный Якимовым А.В. и развиваемый Новиковым Ф.В. [9] представления срезаемого слоя металла зерном или шлифовальным кругом как совокупность адиабатических стержней. Этот оригинальный подход позволяет углубить существующее понимание теплофизических явлений при шлифовании, описав их достаточно простыми зависимостями, облегчающими, их использование на практике.

Расчетная схема микрорезания (резания единичным зерном) при таком подходе показана на рис.3.

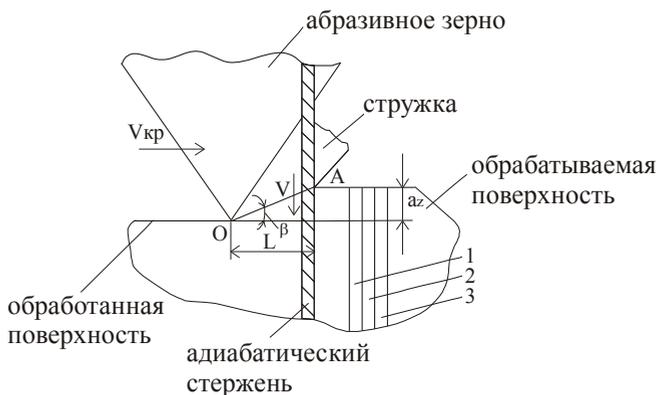


Рис. 3.

На рис.3 зерно абсолютно острое (нет площадки износа) и передний угол резания как и на рис.1 отрицательный. Вращательное движение со скоростью резания $V_{кр}$ заменяем на поступательное и принимаем, что зерно стоит, а движется обрабатываемая поверхность в направлении противоположном $V_{кр}$. След плоскости сдвига на плоскости рис.3 – линия OA. Обрабатываемая поверхность представляется как совокупность стержней 1,2,3 и т.д. Когда такой стержень входит в зону резания, т.е. выходит на плоскость сдвига, перерезается ею и как бы продлевается в стружку и абразивное зерно.

Так как теплофизические константы электрокорунда и стали близки, то заштрихованный стержень можно принять однородным и бесконечным в обе стороны от источника тепла (плоскости сдвига). Упрощая задачу теплопроводности принимаем этот стержень адиабатическим, т.е. не отдающим тепло в боковые от оси стержня стороны. Такое допущение обосновывается следующим образом. Каждый стержень соседствует с обеих сторон с такими же стержнями, перерезаемыми плоскостью сдвига. Причем, при небольшом угле сдвига β смещение плоскости сдвига вдоль стержня и соседних с ним не велико. Поэтому нагрев этих боковых поверхностей

различается незначительно и тепло в основном устремляется вдоль стержней, т.е. с какой-то погрешностью, которую считаем небольшой, стержень движущийся в противоположном направлении скорости резания, можно принять адиабатическим.

Математическая постановка задачи для плоского источника тепла движущегося со скоростью V вдоль (по оси X) адиабатического стержня с источником тепла в начале системы координат ($X=0$) имеет следующий вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + V \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\text{при } T(x, t)|_{t=0} = 0; T(\pm \infty, t) = 0.$$

Краевые условия $T(\pm \infty, t) = 0$ обоснованы тем, что источник тепла движется с большой скоростью и время действия его очень мало. Поэтому тепло впереди и за источником распространяется недалеко и при ограниченности стержня вдоль его оси размерами детали с одной стороны и стружкой и зерном с другой можно принять, что тепло не достигнет концов стержня.

Решение этой задачи методом источников следующее [10]:

$$T(\tau) = \frac{q}{2 \cdot c \rho \sqrt{\pi} \cdot a} \int_0^\tau \frac{dt}{\sqrt{\tau-t}} \exp\left(-\frac{[x+V(\tau-t)]^2}{4 \cdot a(\tau-t)}\right). \quad (3)$$

Полезно знать значение мгновенной максимальной температуры поверхности при резании зерном. Она будет в источнике ($X=0$) и в момент $\tau_{\text{мгн}}$, когда стержень минует плоскость сдвига:

$$T(\tau)|_{x=0} = \frac{q}{c \rho \cdot V} \operatorname{erf}\left(\frac{V\sqrt{\tau}}{2\sqrt{a}}\right). \quad (4)$$

В выражении (4) дробь $\frac{V\sqrt{\tau}}{2\sqrt{a}}$ - безразмерный комплекс который обозначен буквой S и который в параметрах процесса резания для времени

$\tau_{\text{мгн.}} = \frac{a_z}{\operatorname{tg}\beta \cdot V_{\text{кр}}}$ будет иметь следующий вид:

$$S = \frac{V\sqrt{\tau}}{2\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{V_{\text{кр}} \cdot a_z \cdot \operatorname{tg}\beta}{4 \cdot a}}.$$

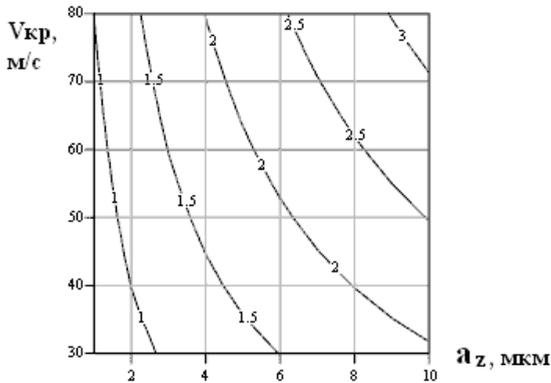
Установившееся значение температуры в источнике тепла будет соответствовать времени $\tau = \infty$. В этом случае $\text{erf}(\infty) = 1$ и значение установившейся температуры:

$$\tau_{уст.} = \frac{q}{c\rho \cdot V} = \frac{q}{c\rho \cdot V_{кр} \cdot \beta}$$

Функция $\text{erf}(S)$ практически равна 1 уже для $S \geq 2$. Полезно знать каким сочетаниям значений $V_{кр}$ и a_z соответствует условия достижения установившейся температуры. На рис.4 приведен график с изменениями S в координатах $V_{кр}$, a_z . Из этого графика видно, для каких сочетаний $V_{кр}$ и a_z мгновенные значения температуры будут меньше установившегося.

$$\beta := 0.384 \quad a := 8 \quad i := 0..9 \quad a_{z_i} := 1 + 1 \cdot i \quad j := 0..10 \quad V_{кр_j} := 30 + 5 \cdot j$$

$$S(a_z, V_{кр}) := \sqrt{\frac{V_{кр} \cdot a_z \cdot \tan(\beta)}{4 \cdot a}} \quad M_{i,j} := S(a_{z_i}, V_{кр_j})$$



М

Рис. 4.

Это область значений $V_{кр}$ и a_z для которых $S < 2$. Это условия малых a_z и больших $V_{кр}$. Таким образом, для уменьшения температуры мгновенной необходимо уменьшать a_z и увеличивать $V_{кр}$.

Представляет определенный интерес распределение температуры при резании единичным зерном по оси нормальной к обрабатываемой поверхности. При этом построение таких зависимостей для решения (1) с источником тепла наклонного к вектору скорости резания и для решения с представлением обрабатываемой поверхности в виде адиабатических стержней позволяет сравнить количественно эти решения. Такое сравнение следует произвести в условиях, когда обрабатываемая поверхность достигнет

вершины зерна, т.е. точки О на рис.1 и рис. 3. При этом источник тепла от работы деформации в адиабатическом стержне пройдет вдоль оси X путь равный a_z и это будет соответствовать времени $\tau = \frac{a_z}{V \cdot \operatorname{tg} \beta}$. Чтобы

сравнить (3) с (1) необходимо в (1) начало системы координат поместить в т. О, т.е. перейти от системы $X_2O_2Y_2$ к системе X_1OY_1 . После такого перехода и выражения координат X_1, Y_1 через X и Y уравнение (1) принимает следующий вид:

$$T(x, y) = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \int_0^\tau \frac{1}{\tau - t} \left[\frac{-[x \cos \beta - y \sin \beta - x_u + V(\tau - t) \cdot \cos \beta]^2 + [x \sin \beta + y \cos \beta + V(\tau - t) \cdot \sin \beta]^2}{4 \cdot a(\tau - t)} \right] dx_u dt. \quad (5)$$

Для сравнения решений (3) и (5) целесообразно координату нормальную к обработанной поверхности в (3) обозначить как и в (5) буквой Y .

Результаты расчета при идентичных условиях решений (3) и (5) приведены на рис.5. Приведенные графики на рис.5 обнаруживают близкое совпадение по характеру и величинам распределения температуры по нормали к обрабатываемой поверхности в момент выхода ее из под вершины зерна. Различие максимальных температур составляет $1233-1177=56^\circ$ или $\approx 5\%$.

Таким образом, следует важный вывод о возможности описания температурного поля в детали от работы деформации уравнением (3), значительно более простым, чем (5). Плоская задача теплопроводности может быть заменена одномерной.

Второй важный результат анализа графиков рис.5 тот, что очевидно значительная разница в распределении тепла, впереди и за источником тепла (в положительной и отрицательной области значений координаты Y). Превалирующее количество тепла (более 90%) сосредоточено за движущимся источником тепла.

При выполненном сравнении время наблюдения за температурным полем принято равным времени действия работы деформации. Если же время наблюдения принять несколько большим, чем действие работы деформации, то картина распределения тепла резко меняется.

Обратимся к рис.6, который является продолжением файла, представленного на рис.5. Здесь анализируется температура T_1 как функция времени наблюдения τ и координаты Y . Учитывается, что при окончании работы деформации на плоскости сдвига перемещение источника тепла по адиабатическому стержню также прекращается, что отражено в формуле $T_1(\tau, y)$.

$$az := 0.0005 \quad \lambda 1 := 0.226 \quad a1 := 0.05 \quad v := 4000 \quad \beta := 0.3837 \quad \sigma i := 250000 \quad \beta 1 := 0.593$$

$$cp := 4.52 \quad y := -0.0015, -0.0014.. 0.001 \quad qs := \sqrt{3.25} \cdot \frac{\sigma i}{\sqrt{3}} \cdot \cos(\beta 1) \cdot 40 \quad l1 := \frac{az}{\sin(\beta)}$$

$$TOL := 10^{-6} \quad x := 0 \quad qs = 8.631 \times 10^6$$

$$\tau := \frac{az}{v \cdot \tan(\beta)} \quad \tau = 3.096 \times 10^{-7}$$

$$T(y) := \frac{qs}{4 \cdot \pi \cdot \lambda 1} \cdot \int_0^{\tau} \int_0^{l1} \frac{e^{-\frac{[x \cdot \cos(\beta) - y \cdot \sin(\beta) - xu + v \cdot (\tau - t) \cdot \cos(\beta)]^2 + [x \cdot \sin(\beta) + y \cdot \cos(\beta) + v \cdot (\tau - t) \cdot \sin(\beta)]^2}{4 \cdot a1 \cdot (\tau - t)}}}{\tau - t} dx dt$$

$$T1(y) := \frac{qs}{2 \cdot cp \cdot \sqrt{\pi \cdot a1}} \cdot \int_0^{\tau} \frac{e^{-\frac{[y + v \cdot \tan(\beta) \cdot (\tau - t)]^2}{4 \cdot a1 \cdot (\tau - t)}}}{\sqrt{\tau - t}} dt \quad T1(0) = 1.177 \times 10^3$$

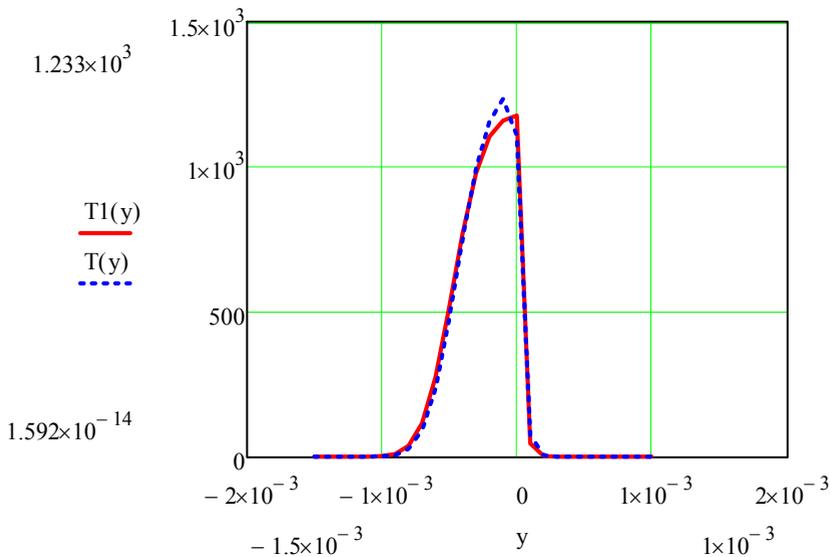


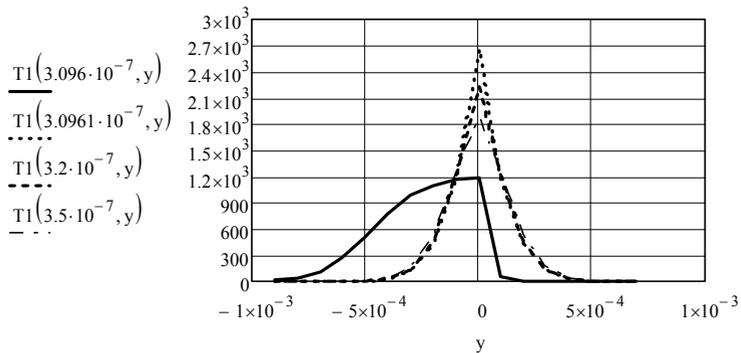
Рис. 5. Сравнение температурных полей от работы деформации при наклонном источнике тепла $T(Y)$ и плоском в адиабатическом стержне $T1(Y)$.

$$y := -9 \cdot 10^{-4}, -8 \cdot 10^{-4} .. 7 \cdot 10^{-4} \quad \tau := 0,00001 \cdot 10^{-7} .. 6 \cdot 10^{-7} \quad \tau_1 := 3,096 \cdot 10^{-7}$$

$$T1(\tau, y) := \frac{qs}{2 \cdot c \rho \cdot \sqrt{\pi \cdot a l}} \int_0^{\text{if}(\tau \leq \tau_1, \tau, \tau_1)} \frac{1}{\sqrt{\tau - t}} \cdot e^{\frac{-[y + \text{if}(\tau \leq \tau_1, v \cdot \tan(\beta), 0) \cdot (\tau - t)]^2}{4 \cdot a l \cdot (\tau - t)}} dt$$

$$T1(3,096 \cdot 10^{-7}, 0) = 1.177 \times 10^3$$

$$T1(3,0961 \cdot 10^{-7}, 0) = 2.666 \times 10^3$$



$$T2(\tau, y) := \frac{qs}{2 \cdot c \rho \cdot \sqrt{\pi \cdot a l}} \int_0^{\text{if}(\tau \leq \tau_1, \tau, \tau_1)} \frac{1}{\sqrt{\tau - t}} \cdot e^{\frac{-y^2}{4 \cdot a l \cdot (\tau - t)}} dt$$

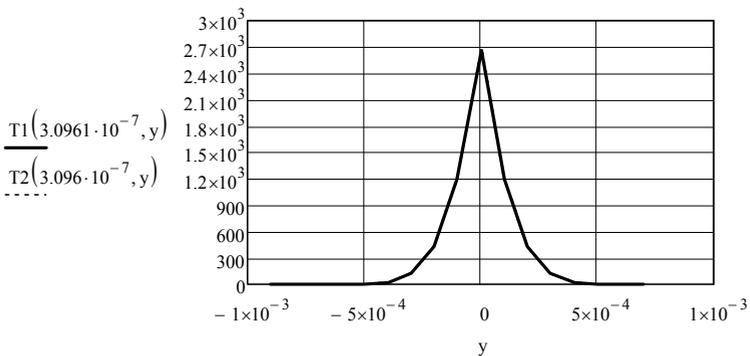


Рис. 6.

На верхнем графике рис.6 видно, что в момент времени $3,0961 \cdot 10^{-7}$ с. температура (пунктирная линия) распределена равномерно относительно

координаты $Y=0$, т.е. равномерно относительно обработанной поверхности, и при этом значение ее для $Y=0$ значительно, раза в два, больше чем температура в момент окончания действия работы деформации $T1(3.0960 \cdot 10^{-7}, 0)$. Таким образом, через мгновение равное $0.0001 \cdot 10^{-7}$ с. температура на поверхности после прекращения работы деформации резко возрастает. Тепло, сосредоточенное за движущимся источником тепла (в области отрицательных значений координаты Y) мгновенно перетекает в поверхность детали и распределяется равномерно относительно ее. Такое явление никем не наблюдалось и имеет очевидное объяснение. При движении источника тепла с большой скоростью вдоль стержня тепло в основном сосредотачивается в стружке и зерне. Когда же источник тепла останавливается, то в положительном направлении оси Y образуется большой градиент температуры и тепло накопившееся в абразивном зерне "броском" переходит в обработанную поверхность. Это имеет место только в том случае, если зерно не абсолютно острое, т.е. после прекращения работы деформации зерно контактирует с поверхностью детали – площадкой износа, что обычно и имеет место при шлифовании. На нижнем графике рис.6 иллюстрируется еще один важный факт анализа моделей резания единичным зерном при представлении обработанной поверхности набором адиабатических стержней. На этом графике приведены две зависимости $T1(3.0961 \cdot 10^{-7}, y)$ и $T2(3.0960 \cdot 10^{-7}, y)$. Зависимость $T1(3.0961 \cdot 10^{-7}, y)$ соответствует распределению температуры в стержне от движущегося со скоростью $V \cdot \operatorname{tg} \beta$ источника тепла, а зависимость $T2(3.0960 \cdot 10^{-7}, y)$ для неподвижного, непрерывно действующего в течении времени от нуля до $\tau = 3.0960 \cdot 10^{-7}$ с. Указанные зависимости практически совпадают, что позволяет сделать еще один важный вывод. Движущийся источник тепла с большой скоростью можно заменить неподвижным, непрерывно действующим, который в этом случае называют быстродвижущимся [3]. Этот прием упрощающий описание температурных полей хорошо известен и широко применяется [3]. При этом Резниковым А.Н. предложен критерий $Pe = \frac{V \cdot l}{a} \geq 10$, соблюдение которого позволяет заменить движущийся источник неподвижным с погрешностью не более 8%. В рассмотренном нашем случае размер источника тепла l в направлении его движения равен нулю и критерий Пекле (Pe) также нулю и принимать согласно условия $Pe \geq 10$ такой источник быстродвижущимся нельзя. Однако, как показано на нижнем графике рис.6 это вполне приемлемо и надо понимать именно для условий резания абразивным зерном с площадкой износа.

В рассмотренных примерах плотность теплового потока q_s от работы деформации на плоскости сдвига определялась на основании ортогональной схемы резания [11], показанной на рис.7.

где P_S - сила сдвига на плоскости сдвига, P_{NS} - нормальная сила на плоскости сдвига. Эти силы, согласно исследований Корчака С.Н. [4], определяются по следующим формулам:

$$P_S = \frac{a}{\sin \beta} \cdot \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}}; \tag{6}$$

$$P_{NS} = \frac{1.5 \cdot a}{\sin \beta} \cdot \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}}, \tag{7}$$

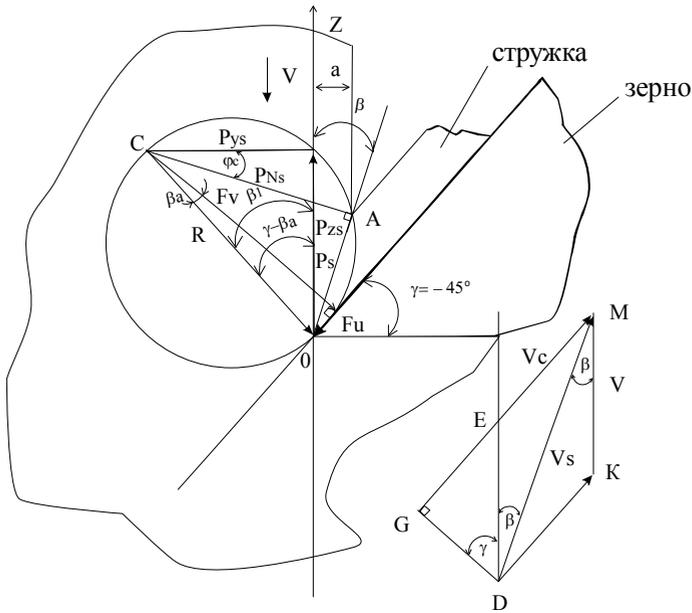


Рис. 7.

где σ_i – интенсивность напряжений при скорости и степени деформации, соответствующих шлифованию.

В этих формулах отражено соотношение между напряжением сдвига τ_s и нормальным напряжением σ на плоскости сдвига установленное Корчаком С.Н. [4]:

$$\tau_s = \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}}; \sigma = 1.5 \cdot \tau_s. \quad (8)$$

На основании формул (6) и (7) Корчаком получена формула расчета теплового потока от работы пластической деформации:

$$q_s = \sqrt{3.25} \cdot \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} \cos \beta_1 \cdot V_{кр}, \quad (9)$$

где β_1 – угол между равнодействующей пластической деформацией и скоростью резания $V_{кр}$.

В дальнейших наших исследованиях расчет q_s несколько изменен и выполнен в соответствии с [11]:

$$q_s = \frac{P_s \cdot V_s}{S_s} = \frac{\sigma_i \cdot \cos \gamma}{\sqrt{3} \cos(\gamma + \beta)} \cdot V_{кр}, \quad (10)$$

где $V_s = \frac{V \cdot \cos \gamma}{\cos(\gamma + \beta)}$ [11] - скорость сдвига;

$S_s = \frac{a}{\sin \beta}$ - площадь плоскости сдвига единичной ее ширины.

Так при $V=50$ м/с, $\gamma = -45^\circ$ и $\beta=22^\circ$ [4] получаем:

$$q_s = 52 \cdot \sigma_i \frac{\text{Дж}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек}}.$$

Тепловой поток от работы трения на задней поверхности вычисляется согласно формулы предлагаемой Корчаком С.Н. [4]:

$$q_{mp} = 0.15 \cdot \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} \cdot V, \quad (11)$$

и при $V=50$ м/с, $q_{mp}=4.33 \cdot \sigma_i$.

Выше описано и проанализировано распространение тепла от работы деформации на плоскости сдвига. После выхода стержня с плоскости сдвига он начинает перемещаться через площадку износа. В результате трения на площадке износа в стержне действует неподвижный вдоль его оси источник тепла $q_{тр}$ в течение времени перемещения стержня через площадку износа.

Решение такой задачи имеет следующий вид:

$$T_3(y, t) = \frac{q_{тр}}{2 \cdot C \rho \cdot \sqrt{\pi} \cdot a} \cdot \int_{\tau_1}^{\tau} \frac{dt}{\sqrt{\tau - t}} \exp\left(-\frac{y^2}{4 \cdot a \cdot \sqrt{(\tau - t)}}\right). \quad (12)$$

где τ_1 – время действия работы пластической деформации;
 τ - время наблюдения за температурным полем.

Решение (12) такое же, как и выражение $T_2(\tau, y)$ на рис.6 и отличается от него только пределами интегрирования.

Как установлено выше тепловой поток от работы деформации распределяется поровну в стружку-зерно и обрабатываемый материал. Тепловой поток от работы трения в дальнейшем нами также распределяется поровну между зерном и деталью. Такое решение объясняется тем, что как электрокорунд, так и сталь имеют примерно одинаковую теплопроводность и температура, как поверхности детали, так и площадки износа при входе стержня на нее одинакова.

На основании выполненных исследований тепловых явлений при резании единичным абразивным зерном можно перейти к исследованию массового ими резания. Это исследование выполняется при следующих допущениях. Предполагается, что каждый установившийся процесс шлифования характеризуется какой-то средней толщиной среза a_z на зерно. Поэтому можно воспользоваться полученными формулами, если известно среднее значение a_z .

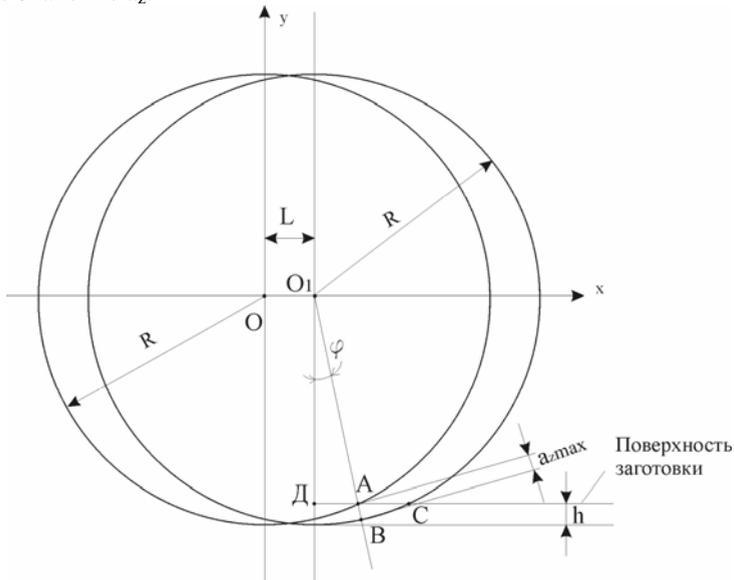


Рис. 8.

Однако для моделирования массового резания зерна след в след с определенной постоянной толщиной среза надо установить время между резами t_{mp} , количество резов n исходя из режимов шлифования: скорости резания $V_{кр}$, скорости подачи S , глубины резания h . Для этого рассмотрим схему, показанную на рис.8. Упрощая задачу расчета - t_{mp} принимаем, что за время реза единичным зерном, поскольку оно очень мало, перемещение

круга или заготовки со скоростью подачи принимаем равным нулю. Тогда согласно рис.8 зная a_z можно найти L - перемещение круга за время между резами в направлении подачи. Это расстояние L находится из решения квадратного уравнения [12]:

$$L^2 + 2 \cdot \sqrt{2 \cdot R \cdot h - h^2} \cdot L + 2 \cdot R \cdot h - h^2 + (R - h)^2 - (R - a_z)^2 = 0. \quad (13)$$

Вычислив L находим $t_{\text{м.р.}} = \frac{L}{S}$ и количество резов n до выхода точки А (рис.8) из зоны резания находим делением координаты X_A на L :

$$n = \frac{x_A}{L} = \frac{\sqrt{2 \cdot R \cdot h - h^2}}{L}, \quad (14)$$

а расстояние L_p между режущими зернами – находим из:

$$L_p = t_{\text{м.р.}} \cdot V_{\text{кр}}. \quad (15)$$

Близость расчетов по предложенным формулам (13), (14), (15) к расчету по формулам Островского В.И. [5] можно выявить сравнением их. У Островского В.И. расчет L_p можно получить из формулы:

$$a_{zm} = 2 \left(\frac{V_d}{V_{\text{кр}}} \right) \cdot \left(\frac{h}{2R} \right) \cdot \delta, \quad (16)$$

где a_{zm} - максимальная толщина среза V_d $V_{\text{кр}}$ - скорости детали и круга, R - приведенный радиус круга, δ - расстояние между режущими зернами. Перейдя к обозначениям принятым в (13), (14), (15) и заменив радиус круга

эквивалентным радиусом $Re = \frac{R}{1 + \frac{r}{R}}$, где r - радиус детали выполнены

расчеты для условий круглого наружного шлифования: $R=375$ мм, $r=50$ мм, $h=0.02$ мм, $V_{\text{кр}}=50000$ мм/с, $\delta=833$ мм/с, $a_z=0.005$ мм. Получено, что согласно (13), (15) $L_p=10.684$ мм, а согласно (16) $L_p=9.967$ мм. Различие ≈ 0.7 мм, что составляет примерно 7% от L_p и такой погрешностью в дальнейшем пренебрегаем.

Далее необходимо при моделировании резания зернами след в след учесть, то, что с каждым резом круг, перемещаясь в направлении подачи срезает с адиабатического стержня участки с уменьшающейся длиной от реза к резу. Следовательно, время пребывания стержня на плоскости сдвига τ с каждым разом уменьшается, как и толщина среза a_z при этом и скорость перемещения источника тепла V (плоскости сдвига) по стержню. Отмеченное обстоятельство хорошо видно из рис.9. На этом рисунке видно, что первое зерно режущее стержень (выделен жирной линией) срезает участок АС, второе – участок СN и т.д., а сам стержень до обрабатываемой поверхности уменьшается с h до h_1 , далее до h_2 и т.д.

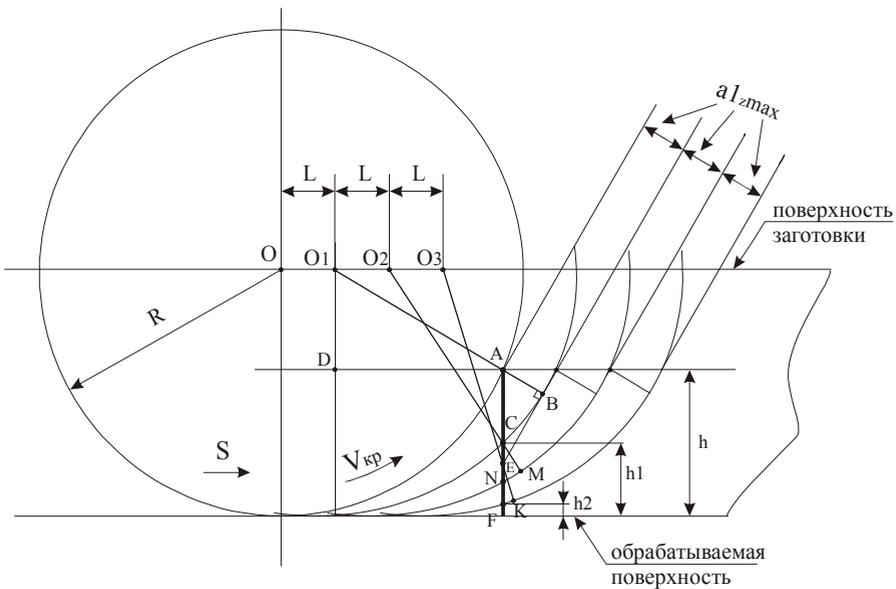


Рис. 9.

Если развернуть дугу окружности радиуса R с центром O_1 в прямую линию то построение, показанное на рис.10, позволяет рассчитать время τ_1 резания стержня каждым последующим зерном.

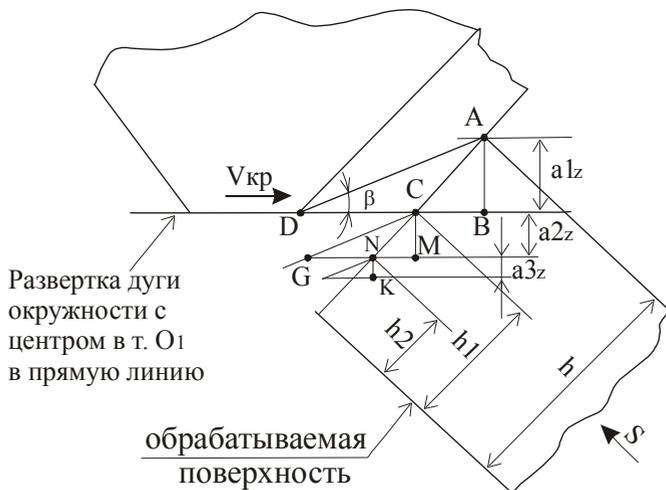


Рис. 10.

В [13] разработан алгоритм расчета a_{zi} , τ_i , V_i и как пример приведены все эти значения для тех же условий, что и для расчета L_p , приведенного выше. Таблица 1 с значениями h_i , a_{zi} , τ_i и V_i приведена ниже:

Таблица 1. Параметры резания каждым i -ым зерном

| i – номер реза | X_i , мм | a_{zi} , мм | τ_{ii} , сек |
|------------------|------------|---------------|--------------------------|
| 0 | 0.02 | 0.005 | $2.6432 \cdot 10^{-7}$ |
| 1 | 0.014998 | 0.0042818 | $2.667 \cdot 10^{-7}$ |
| 2 | 0.010715 | 0.0035637 | $1.88968 \cdot 10^{-7}$ |
| 3 | 0.00715 | 0.0028456 | $1.511194 \cdot 10^{-7}$ |
| 4 | 0.004305 | 0.002127 | $1.131551 \cdot 10^{-7}$ |
| 5 | 0.0021776 | 0.00140939 | $0.75075 \cdot 10^{-7}$ |
| 6 | 0.0007681 | 0.000691314 | $0.3688 \cdot 10^{-7}$ |

Из таблицы видно, что толщина среза a_{zi} уменьшается с каждым последующим резом, начиная с $a_{z0} = 5$ мкм на первом резе и заканчивая $a_{z6} = 0.69$ мкм на седьмом. Очевидно, что при внедрении в обрабатываемую поверхность на очень малую глубину среза не произойдет и будет только скольжение зерна по поверхности. Предполагаем, что в рассмотренном примере при последнем срезе стружки не образуется и будет иметь место только трение.

Для приближения результатов расчета температуры поверхности при последовательном резании зернами след в след друг другу желательно учесть зависимость теплофизических свойств обрабатываемого материала и его сопротивляемости пластической деформации при резании от температуры.

Вспользуемся зависимостями полученными Корчаком С.Н. и приведенными в [4]. Так для стали X18H10T объемная термостойкость C_v и коэффициент теплопроводности в [4] описываются следующими зависимостями от температуры T :

$$\left. \begin{aligned} C_v(T) &= (3.856 + 0.000565 \cdot T) \text{ Дж / см}^3 \cdot \text{град}; \\ \lambda(T) &= (0.23 - 0.13e^{-0.002 \cdot T}) \text{ Дж / см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Вычисление коэффициента температуропроводности $a(T) = \lambda/C_v$ см²/с с использованием 17 неудобно и поэтому экспериментальная зависимость $a(T)$ приведенная в [4] аппроксимирована полиномом 2-ой степени следующего вида:

$$a(T) = 0.024 + 4.213 \cdot 10^{-5} T - 2.098 \cdot 10^{-8} \cdot T^2. \quad (18)$$

В работе [4] приведена экспериментальная зависимость интенсивности напряжений σ_i от температуры для стали X18H9T и учитывая ее характер, она аппроксимирована кусочно тремя зависимостями:

в диапазоне $T=(0 \div 600)^\circ\text{C}$

$$\sigma_i = 2.175 \cdot 10^5 - 187.5 \cdot T + 0.437 \cdot T^2, \quad (19)$$

в диапазоне $T=(600 \div 1200)^\circ\text{C}$

$$\sigma_i = 6.005 \cdot 10^{-5} - 737.5 \cdot T + 0.313 \cdot T^2, \quad (20)$$

а в диапазоне $T > 1200^\circ\text{C}$

$$\sigma_i = 1.442 \cdot 10^9 \cdot e^{-0.0077 \cdot T}. \quad (21)$$

Аналитическое решение задачи теплопроводности учитывающее изменение термодинамических свойств среды невозможно. В этом случае прибегают к численным методам решения либо методом конечных разностей, либо конечными или граничными элементами.

Поскольку обрабатываемая поверхность моделируется набором адиабатических стержней и вся история нагрева как поверхности, так и стружки с зерном рассматривается как распространение тепла в адиабатическом стержне, то, несомненно, что стержень проще всего представить набором элементов определяемых одним размером-величиной его Δh вдоль стержня. Таким образом и моделирование распространения тепла проще всего осуществляется методом конечных разностей.

Итак, ставится задача разработать конечно-разностную модель теплофизики резания абразивными зёрнами адиабатического стержня, представленному в модели набором элементов с какими-то размерами Δh_i вдоль стержня (по оси X). При этом место приложения источника тепла от работы деформации и трения с каждым разом должно дискретно перемещаться по оси X, т.е. прикладываться к стержню на каком-то расстоянии X_i от поверхности готовой детали. Время действия источника тепла от работы деформации τ_{1i} с каждым $i^{\text{-ым}}$ разом уменьшается как при этом и толщина среза a_{zi} . Источник тепла от работы деформации (плоскость сдвига) можно принять неподвижным и непрерывно-действующим в течение времени τ_{1i} (что выше при анализе резания единичным зерном обосновано). При этом в обрабатываемую поверхность направлять только половину тепла от работы деформации. Такую задачу можно решить, создав "барьер" перетеканию тепла деформации в зерно путем назначения коэффициента теплопроводности элемента стержня, контактирующего с обрабатываемой поверхностью близким к нулю. Такой барьер создается только в том месте стержня, где действуют источники тепла от работы деформации и трения. Этим самым как бы отсекается от стержня участок, моделирующий стружку и зерно. Они уносят накопившееся в них тепло.

Математическую модель решаемой задачи можно представить одномерным уравнением теплопроводности и граничными условиями:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X} \left(a(T(x,t)) \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right); \quad (22)$$

$$q(x,t) = \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} = \begin{cases} q_p(X_i) & \text{при } t_i < t \leq t_i + \tau_{1i}; \\ q_p(X_6) = 0; & \end{cases}$$

$$q_{\text{тр}(X_i)} \text{ при } t_i + \tau_{1i} < t < t_i + \tau_{1i} + \tau_{\text{тр}};$$

$$q_{\text{тр}(X_6)} = q_{\text{тр}(X_i)}/2 \text{ при } t_6 + \tau_{16} < t < t_6 + \tau_{\text{тр}};$$

$$T(\pm \infty, t) = 20^\circ \text{C};$$

где $i = 0, 1, \dots, 6$ номер реза;

$q_{\text{тр}(X_i)}$ - тепловой поток от работы деформации на плоскости сдвига;

$q_{\text{тр}(X_i)}$ - тепловой поток от работы трения на задней поверхности зерна;

$$t_i = t_{\text{мп}} \cdot i;$$

t_i - время начало i -го реза;

$t_{\text{мп}}$ - время между резами;

τ_{1i} - время работы пластической деформации при i -ом резе;

$\tau_{\text{тр}}$ - время работы на задней поверхности;

$$X_i = h - \sum_{z=0}^i a_{zi};$$

X_i - координата места реза на оси X ;

h - глубина резания ($h=0.02$ мм) кругом;

a_{zi} - толщина среза на стержне при i -ом резе.

Из граничных условий видно, что при последнем шестом резе тепловой поток от работы деформации равен нулю. Это означает, что зерно на шестом резе не срезает стружку, т.к. глубина резания a_{z6} меньше микрометра (см.табл.1) и зерно только скользит по обрабатываемой поверхности и при этом действует только тепловой поток от работы трения. Поскольку нам не известно нормальное контактное напряжение на задней поверхности, когда зерно только скользит не снимая стружки, то принимаем, что оно изменяется от нуля, при касании зерна обрабатываемой поверхности, до значения равного нормальному напряжению на плоскости сдвига, когда зерно режет. Поэтому среднее контактное напряжение будет в два раза меньше контактного напряжения при резании. Таким образом, для последнего

(шестого) зерна тепловой поток от трения $q_{тр(X_6)}$ будет в два раза меньше $q_{тр(X_i)}$.

Геометрический образ модели стержня представлен на рис.11.

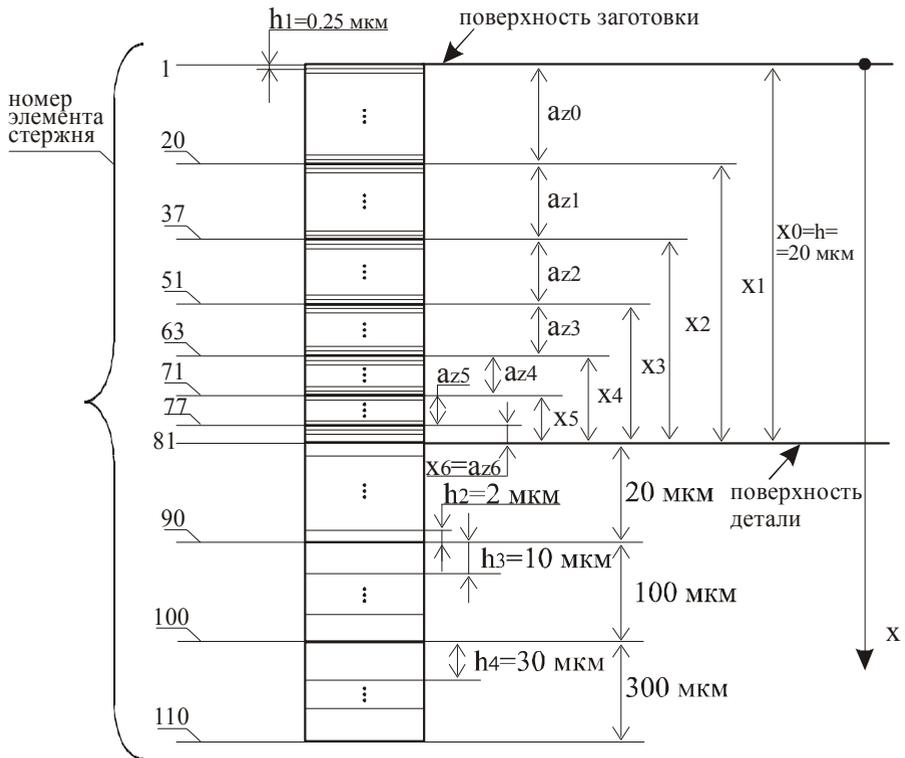


Рис. 11.

Отработка геометрического образа модели показала, что для устойчивого резания необходимо, чтобы размер h_i элемента стержня в местах, где действует источник тепла, был не более 0.25 мкм. Поэтому весь участок стержня длиной равной глубине шлифования 0.02 мм разбит на $0.02/0.00025=80$ элементов.

На рис.11 стержень выделен жирными линиями. Его, выше поверхности детали, пересекают также жирные линии в местах, где прикладывается тепловой поток от деформации и трения. Эти места соответствуют номерам элементов указанных слева от стержня. Ниже поверхности детали жирными линиями отделены участки с большими значениями размеров элементов. Размеры их и количество определились при отработке модели, которая должна обеспечить на последнем элементе неизменную температуру $T=20^\circ\text{C}$ в соответствие с граничным условием $T(\pm \infty, t) = 20^\circ\text{C}$.

Заменяя в (22) производные по координате X центральными конечными разностями получаем конечно-разностную модель i^{ro} элемента стержня:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = K_i \cdot (T_{i+1} - T_{i-1} - 2T_i), \quad (23)$$

где $K_i = \frac{a(T_i)}{h^2}$.

В месте, где контактируют элементы с различными размерами, например 81^{nh} и 82^{oh} , с размерами h_1 и h_2 , то для 82^{ro} элемента уравнение (22) в конечных разностях будет следующим:

$$\frac{\partial T_{82}}{\partial t} = K_{82} \cdot (h_1 T_{83} + h_2 T_{81} - T_{82} (h_1 + h_2)), \quad (24)$$

где $K_{82} = \frac{a(T_{82}) \cdot 2}{h_1 \cdot h_2 (h_1 + h_2)}$.

Уравнения (23) и (24) просто моделируются в пакете "VisSim", в котором есть оператор интегрирования по времени.

Уравнений (23) и (24) столько, сколько элементов модели, т.е. 110. Элементы обозначаются буквой T с номером его и собраны группами в "compound blocs", которые обозначены диапазоном элементов, например $T_1 - T_{37}$.

Дискретный перенос источника тепла вдоль стержня потребовал довольно сложного программирования с присвоением каждому резу номера и в соответствии с этим номером присвоения времени действия работы деформации (согласно табл.1), вычисление $\sigma_i(T)$ необходимое для расчета тепловых потоков от деформации и трения по формулам (10,11) $q_p = 52 \cdot \sigma_i$ и $q_{тр} = 4.33 \cdot \sigma_i$, а также коэффициентов температуропроводности и теплопроводности. Учитывая, что в деталь из теплового потока от деформации q_p и трения $q_{тр}$ половина идет в деталь, эти потоки уменьшены в два раза. Тепловые потоки моделируем, пользуясь законом Фурье:

$$q = -\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Если, например, тепловой поток выделяется на элементе с номером 37, то к температуре T37 добавляется температура $dT = \frac{q_p \cdot h_1 \cdot 2}{\lambda(T37)}$, а для

моделирования теплового потока от трения добавляется $dT2 = \frac{q_{тр} \cdot h_1 \cdot 2}{\lambda(T37)}$.

Программно обеспечивается соответствующая продолжительность dT и последовательность dT и dT2.

Продолжительность действия теплового потока работы трения определяется величиной L площадки износа и скоростью резания $t_{пр} = L/V_{кр}$.

Подробно программа моделирования для рассматриваемого примера приведена в статье [14].

Анализ результатов моделирования производим по графикам изменения температуры на ряде элементов T1, T2, T38, T52, T64, T72, T78, T81, T110 показанных на рис.12. Температура T81 соответствует температуре поверхности детали. Остальные T1-T78 соответствуют температурам, отстоящими от места ввода теплового потока в стержень для резов с номерами 0...6 на 0.25 мкм, т.е. на $(X_i - 0,00025)$ мм, где X_i - расстояние от детали до заготовки (см.табл.1). Температура T110 соответствует температуре конца стержня, т.е. на расстоянии 420 мкм в глубь детали.

Из графика элемента T110 видно, что его температура практически постоянная и равная 20°C, что свидетельствует о соблюдении граничного условия $T(\pm \infty, t) = 20^\circ\text{C}$.

Особый интерес представляет сигнал T81 – температура на поверхности обрабатываемой детали. Она с каждым резом возрастает, а при резе с номером 5 достигает значения 725°C. Постепенное нарастание температуры поверхности детали происходит за счет того, что источники тепла q_p и $q_{тр}$ с каждым резом приближаются к поверхности детали в процессе ее перемещения через зону контакта с кругом со скоростью подачи. В то же время этот рост температуры сдерживается с другой стороны тем, что продолжительность действия теплового потока от работы деформации с каждым резом уменьшается.

Последнее зерно №6 только скользит по поверхности детали, тепловой поток от работы трения значительно меньше q_p и поэтому максимальная температура от этого зерна значительно меньше, чем от зерна №5.

Необходимо отметить, что если количество тепла, вносимое работой деформации с каждым резом уменьшается, то от работы трения оно не меняется, т.к. размеры площадки износа не меняются и время действия работы трения и ее величина неизменны. Поэтому влияние трения площадки износа на температуру поверхности является значительным. Не перестраивая модель можно проанализировать это влияние изменяя только размер площадки износа L1.

Для сигналов T1÷T78 общим является то, что элементы 1÷78 нагреваются до тех пор, пока последовательно режущее зерно не срежет их. Так элемент T21 нагревается нулевым и первым резом, а затем, после нагрева и срезания его первым резом он уже не нагревается.

На рис.13 приведен график изменения максимальной температуры на поверхности детали при изменении площадки износа L1. Владея данными о влиянии размеров площадки износа на максимальную температуру при шлифовании можно управлять процессом шлифования для ограничения размеров площадки износа своевременной правкой при шлифовании с затуплением круга или подбором режимов шлифования для удаления затупившихся зерен при шлифовании с самозатачиванием круга.

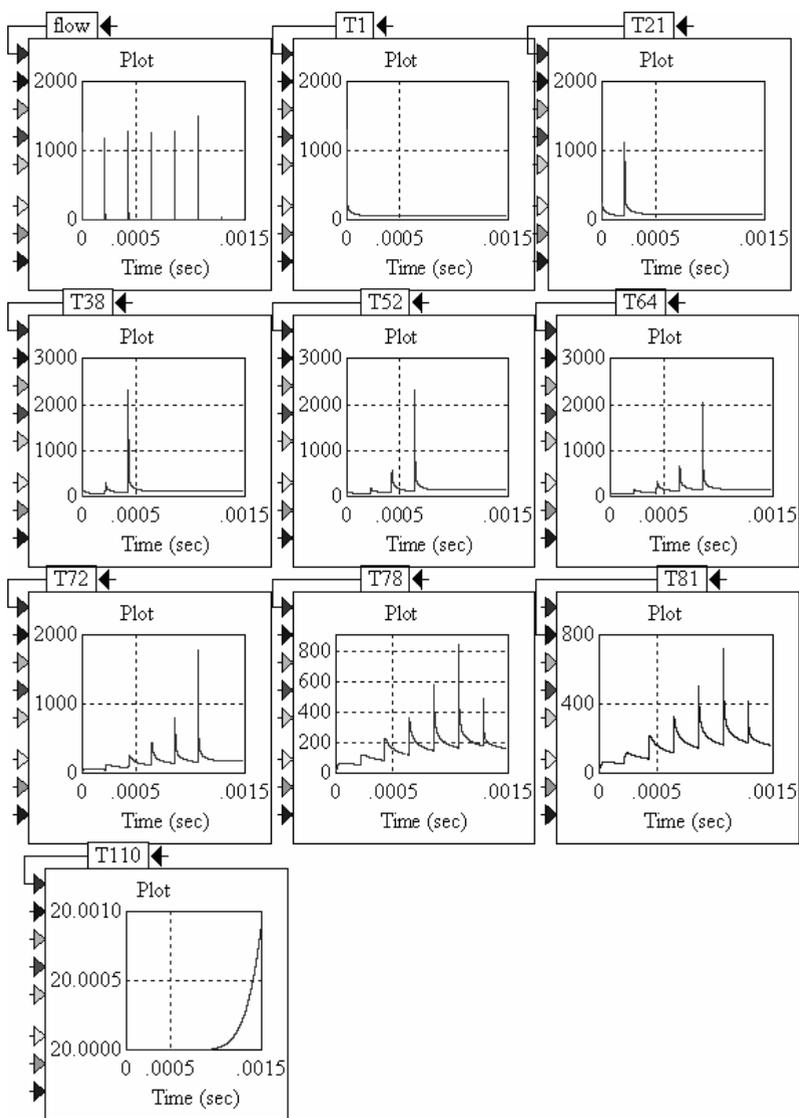


Рис. 12. Графики изменения температуры на участках стержня T1, T2, T38, T52, T64, T72, T78, T81, T110

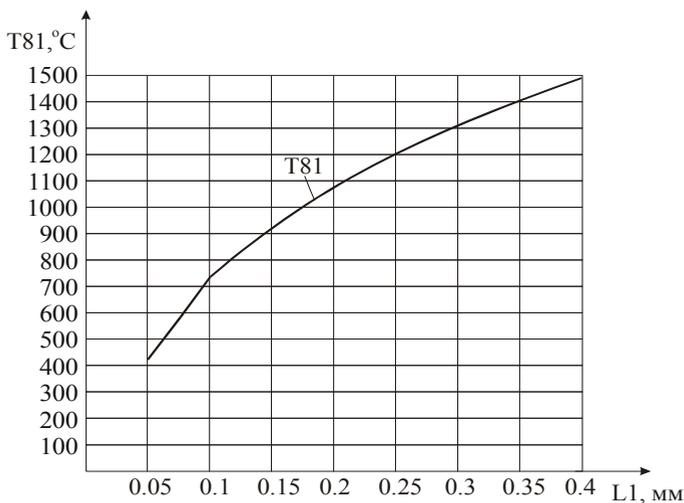


Рис. 13.

Выводы

1. Разработаны две математические модели теплообразования при резании единичным абразивным зерном. Первая представляет собой нагрев от работы деформации наклонным к направлению движения источником тепла движущимся со скоростью резания и следующим за ним также движущимся со скоростью резания источником тепла от работы трения на задней поверхности (площадке износа). Вторая модель теплообразования представляет собой адиабатический стержень, который движется через зону резания и вдоль этого стержня перемещается источник тепла от работы деформации, а после окончания его действия нагрев стержня продолжается источником от работы трения на площадке износа без движения его вдоль стержня.

2. Показана близость двух моделей при одинаковых условиях резания. Расхождение максимальных температур на поверхности детали от работы деформации не превышает 7%.

3. Показано, что при движении источника тепла от работы деформации на обеих моделях тепло в основном накапливается за источником, после прекращения его действия сразу через мгновение времени равные $(1 \div 2) \cdot 10^{-10}$ с. тепло распределяется относительно обработанной поверхности в одинаковых долях. Это объясняется тем, что накопившееся тепло в стружке и зерне после прекращения действия работы деформации в связи с наличием большого градиента температуры на поверхности детали броском перетекает в поверхность детали.

4. Доказана возможность замены движущегося с большой скоростью источника тепла вдоль адиабатического стержня заменой непрерывно-действующим в течение времени работы деформации при размере источника тепла в направлении движения равным нулю.

5. Получены формулы расчета времени пребывания адиабатического стержня, моделирующего обрабатываемый материал, в зоне действия работы деформации при резании зернами след в след друг другу.

6. На основании исследований резания единичным абразивным зерном разработана конечно-разностная модель последовательного резания зернами круга режущими с одинаковой максимальной глубиной. Рассмотрены результаты работы такой модели при резании кругом с $a_{zmax}=5$ мкм с глубиной 0.02 мм, стали X18H10T, со скоростью резания 50 м/с, скоростью подачи 0.833 м/с зернами с площадью износа от 0.05 мм до 0.4 мм.

7. Для исследования процесса шлифования с другим средним значением максимальной толщины среза a_{zmax} , другими скоростями резания и подачи необходимо перестраивать модель, т.к. количество режущих зерен при прохождении поверхности детали через зону контакта с кругом меняется.

8. Установлено большое влияние размеров площадки износа на максимальную температуру поверхности.

Список литературы: 1. *Сипайлов В.А.* Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности.- М.: Машиностроение, 1978.- 168 с. 2. *Редько С.Г.* Процессы теплообразования при шлифовании металлов. Изд-во Саратовского университета, 1962, 231 с. 3. *Резников А.Н.* Теплофизика резания. М., Машиностроение, 1969, 288 с. 4. *Корчак С.Н.* Производительность процесса шлифования стальных деталей. – М.: Машиностроение, 1974. – 280 с. 5. *Островский В.И.* Теоретические основы процесса шлифования. Изд-во Ленинградского университета, 1981, 141 с. 6. *Лурье Г.Б.* Шлифование металлов. М.: Машиностроение, 1969. – 174 с. 7. Основы проектирования и технология изготовления абразивного и алмазного инструмента. /*Ковальчук Ю.И. и др.*.-М., 1984 8. *Сизый Ю.А., Сталинский Д.В., Пирогов А.Ю.* Теплофизика резания единичным абразивным зерном. "Восточно-европейский журнал передовых технологий"1/5 (31) 2008, 30-40 с. 9. *Новиков Ф.В.* Математическая модель определения температуры при шлифовании на основе учета баланса тепла, уходящего в образующиеся стружки и обрабатываемую деталь. "Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка". Випуск 61, Харків 2007, 23-33 с. 10. *Сизый Ю.А., Сталинский Д.В., Ушаков А.Н.* О мгновенной температуре шлифования. // Вестник национального технического университета "Харьковский политехнический институт". – 2009. – №2. – С. 97-106. 11. *Yusuf Altintas.* Manufacturing Automation. Metal cutting mechanics, machine tool vibration, and CNC design. Cambridge University Press. 2000. 12. *Сизый Ю.А., Сталинский Д.В., Ушаков А.Н.* Температура самоподогрева при шлифовании. "Восточно-европейский журнал передовых технологий" 1/5 (37) 2009, 24-37 с. 13. *Сизый Ю.А., Сталинский Д.В., Ушаков А.Н.* Расчет параметров процесса резания единичными абразивными зернами шлифовального круга при стержневой модели обрабатываемой поверхности. // Вестник национального технического университета "Харьковский политехнический институт". –2010. – №25. – С.144 – 59-66 с. 14. *Сизый Ю.А., Чайка Э.Г., Ушаков А.Н., Сталинский Д.В.* Температура поверхности обработанной шлифованием как результат последовательного резания единичными абразивными зернами. Резание и инструмент в технологических системах. Междунар. науч.-техн. сб. - Харьков: НТУ"ХПИ", 2010.-Вып. 78.- С. 210 – 140-156 с.

Поступило в редколлегию 1.09.10