

С.А. ШУБА, ассистент (г. Харьков)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВОРОТА ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН С УЧЕТОМ КРЮКОВОЙ НАГРУЗКИ

Розроблено матричні системи, які являють собою математичні моделі трансмісії гусеничного трактора, що з однієї сторони описують всю кінематику, всі навантаження й всі втрати в трансмісії, а з іншої оцінюють кінематичні, тягові й енергетичні показники трансмісії й гусеничної машини в цілому.

It is designed matrix systems, which present itself mathematical models of caterpillar tractor transmission, which on the one hand describe whole kinematics, all loads and all loss in transmission, and with other value the kinematics, tractive and energy factors of transmission and caterpillar machine as a whole.

Социально-экономический рост Украины тесно связан с уровнем обеспечения агропромышленного комплекса энергоемкой сельскохозяйственной техникой, в частности, гусеничными тракторами. По сравнению с колесными моделями, гусеничные сельскохозяйственные тракторы имеют ряд существенных преимуществ, особенно при выполнении энергоемких весенне-полевых работ за короткий период времени, обусловленный агротехническими требованиями. Однако гусеничные тракторы имеют также и недостатки, которые связаны с осуществлением поворота как самого трактора, так и машинно-тракторного агрегата. В современных условиях жесткой конкуренции на рынке сельскохозяйственной техники большую роль играет обоснование типа механизма поворота трактора и его проектирование, учет влияния механизма поворота на нагруженность трансмиссии, на опорную поверхность, на качество выполнения агротехнических операций, а также на условия работы оператора. Все это возможно при наличии достаточно точных математических моделей как самих механизмов поворота, так и поворота гусеничных машин в целом. Этим вопросам посвящен целый ряд работ [1-8, 11-12]. Использование комплексного подхода и прогрессивных методик при разработке и создании механизмов поворота трактора, в том числе бесступенчатых гидрообъемных механизмов поворота, обладающих высокими эксплуатационными показателями, требуемой надежностью – одна из важнейших задач, стоящих перед отраслью тракторостроения.

В данной работе была поставлена задача разработать математическую модель поворота гусеничной машины с учетом перераспределения вертикальных нагрузок между гусеницами от действия крюковой нагрузки.

Поворот гусеничной машины будем рассматривать как плоскопараллельное движение по горизонтальной поверхности в абсолютной системе координат xOy (рис. 1). Начало переносной системы координат $x_cO_cy_c$ совпадает с центром масс машины. Положение исследуемой системы определяют

три обобщенные координаты: координаты центра масс x , y и угол поворота ψ . Точка O является геометрическим центром симметрии, точка C – центр масс – смещена относительно ее на величину x_c . Точки O_1 и O_2 – полюса поворота опорных участков (длина L) отстающей и забегающей гусениц соответственно, располагаются на одной прямой, проходящей через центр поворота O_{II} машины. Величина x_0 – смещение центра поворота – зависит от характеристик грунта, скорости и ускорения при движении гусеничной машины, величины центробежных сил [1].

Запишем кинематические соотношения, связывающие величины скорости центра масс V_c , угловой скорости ω и радиуса поворота R с угловыми скоростями ведущих колес гусеничной машины. Для определенности будем рассматривать правый поворот, т.е. забегающей является левая гусеница ($\omega_{ХЛ} > \omega_{ХП}$):

$$V_c^2(t) = V_{cx}^2(t) + V_{cy}^2(t), \quad (1)$$

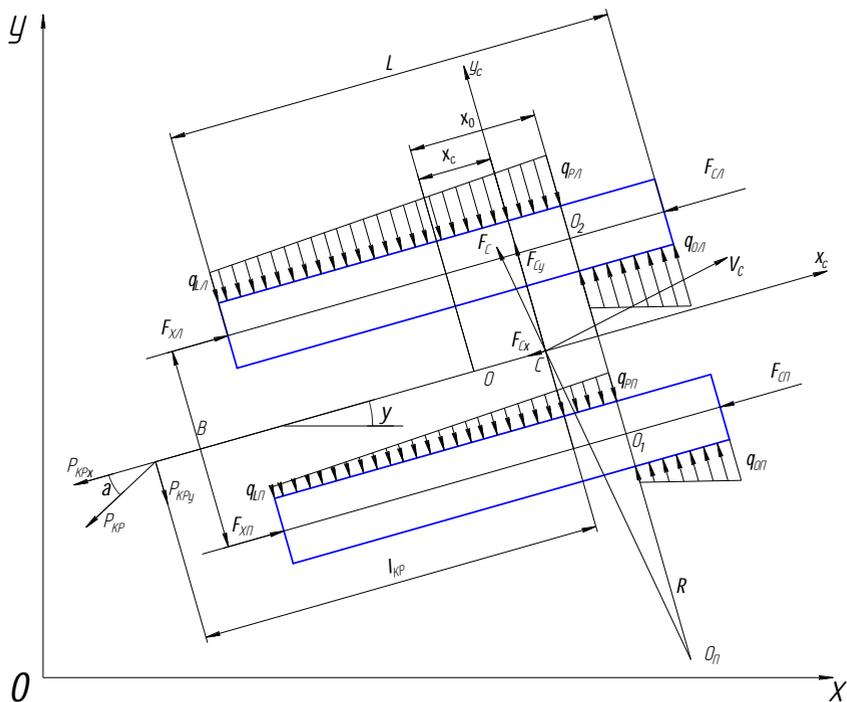


Рис. 1. Схема поворота гусеничной машины

продольная V_{cx} и поперечная V_{cy} составляющие скорости центра масс имеют вид

$$V_{cx}(t) = \frac{1}{2} [\omega_{xл}(t)(1-\delta_{л}) + \omega_{xл}(t)(1-\delta_{л})] r; \quad (2)$$

$$V_{cy}(t) = -(x_0 - x_c) \dot{\psi}(t) = -x_s(t) \cdot \dot{\psi}(t), \quad (3)$$

где r – радиус ведущего колеса, $\omega_{xл}(t)$, $\omega_{xл}(t)$ – мгновенные угловые скорости правого и левого ведущих колес соответственно; $x_s(t) = x_0 - x_c$ – расстояние от центра масс до линии полюсов O_1O_2 [1]. Угловая скорость гусеничной машины в повороте имеет вид:

$$\dot{\psi}(t) = -\frac{r}{B} [\omega_{xл}(t)(1-\delta_{л}) - \omega_{xл}(t)(1-\delta_{л})]. \quad (4)$$

Тогда радиус поворота гусеничной машины вокруг центра $O_{п}$ можно определить из выражения:

$$R = \frac{V_{cx}(t)}{\dot{\psi}(t)} = \frac{\frac{1}{2} [\omega_{xл}(t)(1-\delta_{л}) + \omega_{xл}(t)(1-\delta_{л})]}{[\omega_{xл}(t)(1-\delta_{л}) - \omega_{xл}(t)(1-\delta_{л})]}. \quad (5)$$

Кинетическая энергия гусеничной машины в повороте может быть представлена в виде [4]:

$$T = I_2 \frac{V_{cx}^2(t) + V_{cy}^2(t)}{2r^2} + I_n \frac{\dot{\Psi}^2(t)}{2}, \quad (6)$$

где I_2 – приведенный к ведущим колесам момент инерции, учитывающий инерцию поступательно движущейся массы ГМ и вращающихся масс гусеничного движителя; I_n – момент инерции ГМ относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости движения. Величина момента инерции I_n может быть получена экспериментально, а для расчета момента инерции I_2 можно воспользоваться следующей зависимостью [2, 4]:

$$I_2 = \frac{Gr^2}{g} + 2 \left(m_{Г} r^2 + I_{BK} + n I_{OK} \frac{r^2}{r_{OK}^2} + I_{HK} \frac{r^2}{r_{HK}^2} \right), \quad (7)$$

где G – вес тягача; g – ускорение силы тяжести; $m_{Г}$ – масса гусеницы; I_{BK} – момент инерции ведущего колеса; I_{OK} – момент инерции опорного катка;

I_{HK} – момент инерции направляющего колеса; r_{OK} – радиус опорного катка; r_{HK} – радиус направляющего колеса; n – число опорных катков по одному борту.

Дифференциальные уравнения Лагранжа второго рода относительно обобщенных координат $V_{cx}(t)$ и $\psi(t)$ записываются в виде [1]:

$$\frac{I_2}{r^2} \frac{dV_{cx}}{dt} = \frac{I_2}{2} \left[\frac{d\omega_{xII}(t)}{dt} + \frac{d\omega_{xLI}(t)}{dt} \right] = M_{xII} + M_{xLI} - M_{cPI} - M_{cLI}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{2r^2}{B^2} \left[\left(I_{II} + I_2 \frac{x_s^2(t)}{r^2} \right) \left(\frac{d\omega_{xLI}(t)}{dt} - \frac{d\omega_{xII}(t)}{dt} \right) + 2I_2 \frac{x_s(t)}{r^2} \frac{dx_s(t)}{dt} (\omega_{xLI}(t) - \omega_{xII}(t)) \right] = \\ = -M_{xII} + M_{xLI} + M_{cPI} - M_{cLI} - M_c \frac{2r}{B}, \end{aligned} \quad (9)$$

где M_{cPI} , M_{cLI} – моменты сопротивления движению по правому и левому бортам; M_c – момент сопротивления повороту.

Моменты сопротивления M_{cPI} и M_{cLI} определяются реакциями N_{PI} и N_{LI} , а также продольной составляющей F_{cx} центробежной силы F_c . При этом учитывается: перераспределение вертикальных нагрузок между гусеницами за счет действия центробежной силы [3], силы тяги на крюке, приложенной на высоте $h_{кр}$ от опорной поверхности и расстоянии $l_{кр}$ от центра тяжести машины; действующие пары сил, приложенных к гусеницам на плече B , уравновешивающей действие момента составляющей F_{cy} на плече $x_s(t) = \chi_0 L/2 - x_c$ [3]:

$$M_{cPI} = \left[N_{PI} f_{PI} + \frac{F_{cx}}{2} + F_{cy} \frac{x_s}{B} + \frac{P_{KPx}}{2} + P_{KPy} \frac{l_{кр} + x_s}{B} \right] r; \quad (10)$$

$$M_{cLI} = \left[N_{LI} f_{LI} + \frac{F_{cx}}{2} - F_{cy} \frac{x_s}{B} + \frac{P_{KPx}}{2} - P_{KPy} \frac{l_{кр} + x_s}{B} \right] r, \quad (11)$$

где f_{PI} , f_{LI} – коэффициенты сопротивления движению по правому и левому бортам соответственно;

$$N_{PI} = \frac{G}{2} - F_{cy} \frac{H}{B} + P_{KPy} \frac{h_{кр}}{B}; \quad (12)$$

$$N_{LI} = \frac{G}{2} + F_{cy} \frac{H}{B} - P_{KPy} \frac{h_{кр}}{B}; \quad (13)$$

$$F_{cx} = \frac{G}{g} x_s(t) \cdot \psi^2(t) = \frac{G}{g} \left(\frac{L}{2} \chi_0 - x_c \right) \cdot \psi^2(t); \quad (14)$$

$$F_{cy} = \frac{G}{g} R \psi^2(t) = -\frac{G}{g} V_{cx} \psi(t) = -\frac{Gr^2}{2gB} (\omega_{xi}^2(t) - \omega_{xn}^2(t)). \quad (15)$$

Момент сопротивления повороту можно определить выражением [5]:

$$M_c = \frac{\mu GL}{4} K_c, \quad (16)$$

где μ – коэффициент сопротивления повороту, K_c – поправочный коэффициент.

$$\mu = \frac{\mu_{\max}}{1 + a_\mu \left(\frac{R_3}{B} - 1 \right) - b_\mu \left(\frac{R_3^2}{B^2} - 1 \right)}, \quad (17)$$

где μ_{\max} – максимальный коэффициент сопротивления повороту, a_μ , b_μ – коэффициенты, характеризующие почву (для слежавшейся черноземной почвы $a_\mu=0,15$, $b_\mu=0,0006$, $\mu_{\max}=0,82$), R_3 – радиус поворота по забегавшей гусенице.

$$R_3 = R + 0,5B = \frac{V_{cx}}{\dot{\psi}} + 0,5B. \quad (18)$$

$$K_c = \frac{(L^2 + 4x_0^2)(L^2 + 4x_c x_0) - 16x_c x_0 L^2}{L^4}. \quad (19)$$

Смещение полюсов поворота гусениц относительно середины опорной поверхности гусениц может быть определено из уравнения [2, 5]:

$$12x_c x_0^2 + 2L^2 x_0 - 3x_c L^2 = 0. \quad (20)$$

Активные моменты на ведущих колесах машины получаются из уравнений (8) и (9). По принципу Даламбера они должны уравновесить моменты динамической нагрузки и моменты сопротивления движению гусеничной машины [1]:

$$\begin{aligned} M_{xII} = F_{xII} r = & \left[I_2 \left(\frac{1}{4} + \frac{x_s^2(t)}{B^2} \right) + I_{II} \frac{r^2}{B^2} \right] \frac{d\omega_{xII}(t)}{dt} + \\ & + \left[I_2 \left(\frac{1}{4} - \frac{x_s^2(t)}{B^2} \right) - I_{II} \frac{r^2}{B^2} \right] \frac{d\omega_{xI}(t)}{dt} - 2I_2 \frac{x_s(t)}{B^2} \frac{dx_s(t)}{dt} (\omega_{xI}(t) - \omega_{xII}(t)) + \\ & + M_{cII} + M_c \frac{r}{B} \text{sign} \dot{\psi}(t); \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
M_{ХЛ} = F_{ХЛ} r = & \left[I_2 \left(\frac{1}{4} - \frac{x_s^2(t)}{B^2} \right) - I_{II} \frac{r^2}{B^2} \right] \frac{d\omega_{ХЛ}(t)}{dt} + \\
& + \left[I_2 \left(\frac{1}{4} + \frac{x_s^2(t)}{B^2} \right) + I_{II} \frac{r^2}{B^2} \right] \frac{d\omega_{ХЛ}(t)}{dt} + 2I_2 \frac{x_s(t)}{B^2} \frac{dx_s(t)}{dt} (\omega_{ХЛ}(t) - \omega_{ХЛ}(t)) + \\
& + M_{СЛ} - M_C \frac{r}{B} \text{sign} \dot{\Psi}(t).
\end{aligned} \tag{22}$$

Здесь $F_{ХЛ}$ и $F_{ХЛ}$ – тяговые усилия на ведущих колесах ГМ.

Таким образом, предложенная математическая модель поворота гусеничной машины учитывает перераспределение вертикальных нагрузок между гусеницами от действия крюковой нагрузки, центробежной силы.

Список литературы: 1. *Самородов В.Б.* К определению моментов нагрузки на ведущих колесах гусеничной машины в процессе неравномерного поворота // Вестник ХГПУ, серия НРСТ.– 2000.– Вып.79. – С.123-127. 2. *Забавников Н.А.* Основы теории транспортных гусеничных машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 448с. 3. *Самородов В.Б., Медведев Н.Г., Рогов А.В.* К вопросу об определении момента сопротивления повороту военных гусеничных машин // Механика та машинобудування. –2000.– №2. – С. 92-99. 4. Динамика транспортно – тяговых колесных и гусеничных машин / *Александров Е.Е., Лебедев А.Т., Самородов В.Б. и др.* – Харьков.: ХГАДТУ, 2001.–642 с. 5. *Коденко М.Н.* Динамика управления движения гусеничных тракторов. –Харьков: Вища школа, 1983. –128с. 6. *Самородов В.Б.* Основы матричного анализа трансмиссий транспортных машин // Информационные технологии: наука, техника, технология, оборудование, здоровье. –Харьков, 1997. –С.378-379. 7. *Самородов В.Б.* Вывод кинематических базисных матриц и системный анализ кинематики ступенчатых механических и гидрообъемно-механических трансмиссий // Труды ХГПУ.– Харьков: 1999.–Вып.7, в 4-х частях, ч.2.– С.134-141. 8. *Самородов В.Б.* Системный подход к генерации математических матричных моделей для планетарных механических и гидрообъемно-механических трансмиссий произвольного вида // Вестник ХГПУ.– 1999.– Вып.46.– С.51-54. 9. *Самородов В.Б., Шуба С.А.* Двухпоточная тракторная гидрообъемно-механическая трансмиссия: математическое моделирование и эскиз конструкции // Тематический выпуск «Автомобиле- и тракторостроение». – НТУ «ХПИ». – 2005. –№ 10. – С. 18-24. 10. *Городецкий К.И., Михайлин А.А.* КПД объемных гидропередат // Тракторы и сельхозмашины.– 1979.– №9.– С.9-14. 11. *Александров Е.Е., Самородов В.Б., Волонцевич Д.О., Палащенко А.С.* Колесные и гусеничные машины высокой проходимости. В 10-ти томах. Том 3: Бесступенчатые трансмиссии: расчет и основы конструирования. –Харьков, ХГПУ,1997. -185 с. 12. *Самородов В.Б., Палащенко А.С.* Генерация матричной модели поворота транспортной гусеничной машины // Информационные технологии: наука, техника, технология, оборудование, здоровье. –Харьков.– 1998. – С.114-120.

Поступила в редколлегию 30.09.07