УДК 622.742.002.5

В.П. НАДУТЫЙ, докт. техн. наук,
Е.С. ЛАПШИН, докт. техн. наук, ИГТМ НАН Украины

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОСЕИВАНИЯ ВЛАЖНОГО МИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ

Запропоновано вібраційне просівання вологої сировини моделювати ймовірнісним процесом влучення частки в отвір сита й процесом коливання частки на капілярному містку. Отримано нелінійне диференціальне рівняння коливань частки. На основі чисельного рішення сформульована умова просівання частки через отвір сита, що дозволяє визначити необхідну амплітуду й частоту коливань.

It is offered to model vibrational screening wet raw material a probabilistic process of hit of a corpuscle in a mesh and process of oscillation of a corpuscle on the capillary walkway. The nonlinear differential equation of oscillations of a corpuscle is gained. On the basis of a numerical solution the condition of screening of a corpuscle through a mesh which allows to define demanded amplitude and an oscillation frequency is formulated.

Постановка проблемы. Вибрационное грохочение широко применяется в горной, химической, металлургической и многих других отраслях, связанных с переработкой минерального сырья. Многие технологии предусматривают грохочение влажного минерального сырья: круглогодичная переработка руды, угля, строительных материалов, химического сырья с карьеров, открытых хранилищ, переработка обезвоженного сырья после гидродобычи, гидродоставки и т. д. Наибольшие трудности возникают при грохочении мелкого влажного сырья. В работе [1] показано, что при грохочении угля по крупности 3 мм увеличение свободной влаги с 0 до 4 % снижает эффективность разделения с 94 % до 20 %. Обзор исследований, посвященных изучению влияния влажности на процесс грохочения, приведен в монографии [2]. Из него следует, что один из наиболее перспективных путей повышения эффективности грохочения – математическое моделирование. Кинетика грохочения зависит от вероятности просеивания. Процесс просеивания сухого сырья достаточно подробно исследован [3]. При грохочении же влажного сырья, когда на просеивание влияет жидкость в отверстиях сита, важно знать какой должен быть режим вибровозбуждения, при котором частица преодолевает поверхностное натяжение. Математическое моделирование этого явления отсутствует, что сдерживает совершенствование процесса грохочения. В этой

связи цель работы – математическое моделирование влияния амплитуды и частоты вибровозбуждения сита на просеивание влажного сырья.

Математическая модель. Просеивание частицы 1 (рисунок) влажного минерального сырья происходит в результате двух событий. Первого, попадание частицы в отверстие сита 2. Второго – преодоление частицей сил, действующих со стороны жидкости 3. Вероятность первого события совпадает с вероятностью просеивания частицы сухого сырья. Ее назовем геометрической вероятностью. Аналитические и численные методы вычисления последней подробно описаны в монографии [3], поэтому основное внимание уделим выявлению условий, при которых происходит второе событие. Будем считать, что частица шаровая. Для определения максимального значения силы, обусловленной поверхностным натяжением, примем, что отверстие в сите – прямой круговой цилиндр.

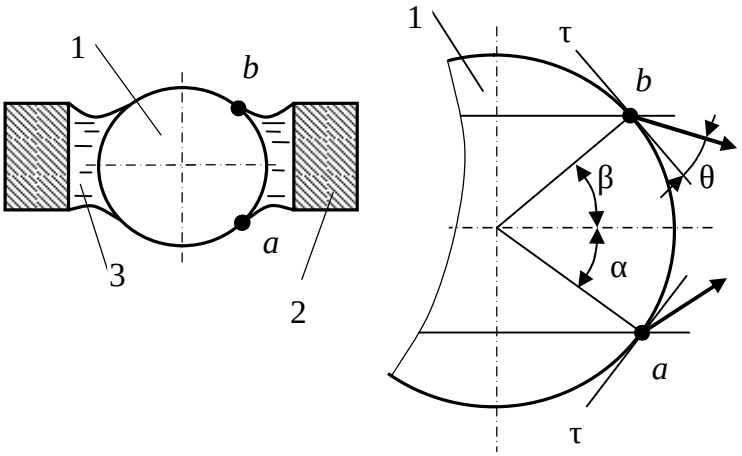

Рисунок – Расчетная схема: 1 – частица; 2 – сито; 3 – жидкость

В результате взаимодействия молекул частицы, жидкости и газа образуется капиллярный мостик с линиями контакта трех сред, обозначенные буквами *a* и *b*. При этом касательные ² к сфере и свободной поверхность жидкости, проведенные через точку контакта, составляют угол ¯, который называют краевым углом. Условимся все величины, относящиеся к линиям контакта записывать с соответствующими индексами.

Введем ось *y*, которую направим по вертикали, а начало поместим в плоскость, проходящую через середину высоты слоя жидкости в равновесном состоянии при отсутствии силы тяжести.

Периметр линии *b* равен $2\pi r\cos$. Тогда суммарная вертикальная составляющая силы поверхностного натяжения запишется так:

$$F_b = 2\circledR r\pm \cos\quad \cos\left(\quad +\bar{}_b\right),$$

где r – радиус частицы; $\pm$ – коэффициент поверхностного натяжения; – угловая координата точки b (см. рис.); $\bar{}_b$ – краевой угол.

Аналогичным образом определяется суммарная вертикальная составляющая силы поверхностного натяжения, приложенная к линии a

$$F_a = 2\circledR r\pm \cos\sim \cos\left(\sim +\bar{}_a\right),$$

где $\sim$ – угловая координата точки a; $\bar{}_a$ – краевой угол.

Учитывая, что $\cos\sim = \sqrt{r^2 - a^2}\big/ r$ и $\cos\quad = \sqrt{r^2 - b^2}\big/ r$, получим равнодействующую этих сил

$$F = \frac{2\circledR\pm}{r}\left[\left(r^2 - a^2\right)\cos\bar{}_a - \left(r^2 - b^2\right)\cos\bar{}_b + a\sqrt{r^2 - a^2}\sin\bar{}_a + b\sqrt{r^2 - b^2}\sin\bar{}_b\right], \quad (1)$$

где a и b – координаты соответствующих точек.

На частицу также действует равнодействующая сила, обусловленная капиллярным и гидростатическим давлением F_k. В дальнейшем нас будет интересовать просеивание частиц, диаметр которых менее миллиметра. Поскольку, как показали расчеты в этом случае $F_k \square F$, то силой F_k будем пренебрегать.

Частица на капиллярном мостике совершает колебания. На основании второго закона Ньютона дифференциальное уравнение вертикальных вынужденных колебаний частицы относительно сита имеет вид

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -gm - F - b_v\frac{dy}{dt} + A\mu^2\sin\mu t, \quad (2)$$

где m – масса частицы; t – время; g – ускорение свободного падения; b_v – приведенный коэффициент вязкого трения; A и μ – амплитуда и круговая частота колебаний сита.

Известно, что при относительном движении твердого тела и жидкости на тело действует сила вязкого трения [4]

$$F_{«} = «S\frac{du}{dy}, \tag{3}$$

где « – коэффициент динамической вязкости; S – площадь тела; du/dy – градиент скорости.

Выполнимо оценку градиента скорости. Скорость движения частицы относительно стенок отверстия изменяется от ноля до dy/dt. Это изменение происходит на расстоянии $\Delta = R - r$, где R – радиус отверстия. Отсюда

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{R-r}\cdot\frac{dy}{dt}. \tag{4}$$

Площадь частицы, контактирующей с жидкостью равна площади шарового пояса, которая вычисляется по формуле

$$S = 2®r\left(a+b\right). \tag{5}$$

Подставляя (4) и (5) в формулу (3) и приравнивая полученный результат $b_v\,dy/dt$, имеем

$$b_v = \frac{2®r«(a+b)}{R-r}. \tag{6}$$

При вычислении силы по формуле (1) необходимо учитывать ряд особенностей. Объем V жидкости в капиллярно мостике постоянен, поэтому при заданной координате b положение точки a определяется с учетом $V = const$.

Заменив верхнюю и нижнюю дуги капиллярного мостика хордами, определим объем жидкости, который равен разности объемов цилиндра радиуса R и шарового пояса радиуса r:

$$V = ®\left[\left(b-a\right)\left(R^2 - r^2\right) + \frac{1}{3}\left(b^3 - a^3\right)\right]. \tag{7}$$

Если известны V и b, то a находится из решения кубического уравнения (7)

$$a = \frac{1}{2}\left(\frac{A}{®}\right)^{1/3} - 2\left(R^2 - r^2\right)\left(\frac{®}{A}\right)^{1/3}, \qquad (8)$$

где $A = -12V + 4®b\left(3\left(R^2 - r^2\right) + b^2\right) + 4\left(4®^2\left(R^2 - r^2\right)^3 + 9V^2 -\right.$

$$\left. -6®bV\left(3\left(R^2 - r^2\right) + b^2\right) + ®^2b^2\left(9\left(R^2 - r^2\right)^2 + b^2\left(6\left(R^2 - r^2\right) + b^2\right)\right)\right)^{1/2}.$$

Частица относительно стенок отверстия перемещается за счет деформации капиллярного мостика, а также в результате перемещения частицы относительно капиллярного мостика (линии a и b перемещаются по поверхности частицы). Так как зазор $\Delta = R - r$ по сравнению с r мал, то деформацией капиллярного мостика будем пренебрегать.

Зависимость силы F от y определялась следующим образом. Задавались V и b, а затем по формуле (8) вычислялась координата a. Смещение центра частицы находилось по зависимости $y = b - \frac{|a| + |b|}{2}$. Для полученных a и b, с помощью зависимости (1) вычислялась сила F. Повторяя эту процедуру для различных b, получали числовое представление функции $F(y)$. Установлено, что оно может быть аппроксимировано гиперболическим тангенсом

$$F(y) = k_1 th(k_2 y), \qquad (9)$$

где k_1 и k_2 – коэффициенты, обеспечивающие минимальную сумму квадратических отклонений.

Подставляя (6) и (9) в (2), получим нелинейное дифференциальное уравнение

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -gm - k_1 th(k_2 y) - \frac{2®r«(a+b)}{R-r}\frac{dy}{dt} + A\mu^2 \sin \mu t, \qquad (10)$$

которое решалось численно с помощью метода Рунге-Кутта-Фальберга по-

рядка 4 – 5 и строились амплитудно-частотные характеристики.

Сравнение результатов расчетов по уравнению (10) с экспериментальными данными показали, что частица отрывается от жидкости при смещении нижней линии контакта a за экватор частицы, т. е. при таких амплитудах и частотах, при которых выполняется неравенство

$$a > 0. \qquad (11)$$

Таким образом, просеивание частицы произойдет с геометрической вероятностью P в том случае, когда выполняется условие (11).

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных свидетельствует о том, что относительная погрешность в определении амплитуды и частоты составляет менее 25 % при доверительной вероятности 0,95.

Выводы:

1. Просеивание частицы влажного минерального сырья происходит в результате двух событий. Первого, попадание частицы в отверстие сита. Второго – преодоление частицей сил, действующих со стороны жидкости.

2. Получено нелинейное дифференциальное уравнения колебания частицы на капиллярном мостике, в котором восстанавливающая сила аппроксимируется гиперболическим тангенсом.

3. Требуемые для преодоления сил поверхностного натяжения амплитуда и частота вибровозбуждения сита определяются по расчетному отклонению частицы от равновесного состояния.

На основе полученных результатов планируется создание метода оптимизации процесса грохочения влажного минерального сырья и алгоритма автоматизированного управления работой вибрационного грохота.

Список литературы: **1.** *Бейлин М.И.* Теоретические основы процессов обезвоживания углей. – М.: Недра, 1969, – 240 с. **2**. *Надутый В.П., Калиниченко В.В.* Вибрационное грохочение горной массы повышенной влажности. – Днепропетровск: НГУ Украины. 2004. – 135 с. **3**. *Надутый В.П., Лапшин Е.С.* Вероятностные процессы вибрационной классификации минерального сырья. – К.: Наукова думка, 2005, – 180 с. **4**.*Немцов Б.Т.* Техническая гидродинамика. – М.: Машиностроение, 1987, – 440 с.

Поступила в редколлегию 24. 09. 07