ской технологии. М., Наука .1985г., 440 с. **7.** *П.Ф. Овчинников*. Дифференциальные уравнения, описывающие кинетические кривые вибрационного измельчения. Материалы конференции Теория и практика процессов измельчения и разделения. Часть 2.,Одесса 1995г., с.6-13. **8.** *Н.Д. Орлова.* Геометрическое и физическое толкование некоторых математических понятий. Материалы конференции Теория и практика процессов измельчения и разделения. Одесса 2001г., с.159-166. **9**. *Бурденко А.Ф., Орлова Н.Д.* Определение коэффициентов дифференциальных уравнений по экспериментальным данным. Деп. в ВИНИТИ № 3895-В89 от 12.06.89.

Поступила в редколлегию 15.09.07

УДК 621.317.39: 624.131.431.3

Б.Н. ПЕНТЮК, канд. техн. наук, ВНТУ, м. Вінниця
Ю.В. ЧОВНЮК, канд. техн. наук, „ЕКОМЕН”, м. Київ

МАТЕМАТИЧНЕ ТА ФІЗИКО-МЕХАНІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ ЯВИЩ ПРИ ВЗАЄМОДІЇ УЩІЛЬНЮВАНИХ МАТЕРІАЛІВ З ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМИ ПОЛЯМИ: СТРУКТУРНО-ІНФОРМАЦІЙНИЙ МОНІТОРИНГ СТАНУ СЕРЕДОВИЩА ТА МОЖЛИВОСТІ ЕКСПРЕС-ВИЗНАЧЕННЯ ВОЛОГОСТІ ДИСПЕРСНИХ СИСТЕМ

У статті запропоновані математичні та фізико-механічні моделі поляризаційних явищ при взаємодії ущільнюваних матеріалів з електромагнітними полями, які дозволяють здійснювати структурно-інформаційний моніторинг стану середовища та процедуру експрес-визначення вологості дисперсних систем (ДС).

Mathematical, physical and mechanical models of the polarized phenomenon are proposed in this article which arises at the interaction of compressed materials with electromagnetic fields. One may use them for the structural and informational monitoring of the media’s state and for the express determination of the dispersive system’s (DS) moisture content as well.

Постановка проблеми. При аналізі характеру взаємодії робочих органів вібраційних, вібраційно-ударних машин та пресів для ущільнення порошкових матеріалів (ДС) з оброблюваним середовищем й визначенні виникаючих при цьому опорів необхідно знати фізико-механічні властивості останнього. Однією з найважливіших характеристик робочого середовища є його вологість [1]. Фізико-механічний стан та властивості ДС можна оцінити за його електричними параметрами. Сучасна теорія поляризаційних явищ у речовині, які мають місце при впливі на неї зовнішнього електромагнітного поля, дозволяє зв'язувати значення електричних характеристик зі структурним станом досліджуваного матеріалу з метою отримання інформації про фізико-механічні властивості оброблюваного середовища.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Запропонований у даній роботі підхід спирається на результати досліджень, викладені у роботах [2, 3]. При цьому слід зазначити, що у якості оброблюваного середовища у цитованих вище роботах обрані грунт, вода, діелектрики та ін. речовини. Вперше у даній роботі подібний метод дослідження застосований до матеріалів, які ущільнюються (ДС).

Мета роботи. У роботі запропонований вдосконалений поляризаційний метод визначення діелектричної проникності £ та провідності ¥ стосовно до випадку рознесеного радіолокаційного прийому, у котрому при кутах опромінення $0^0 < ¯ < 90^0$ доцільно використовувати випромінювання з круговою (або еліптичною) поляризацією, а £ й ¥ визначати на основі аналізу поляризаційної структури відбитої хвилі.

Результати дослідження. Розглянемо елемент гладкої поверхні ДС зі скінченою провідністю, на котру похило падає плоска монохроматична електромагнітна хвиля з круговою поляризацією.

Електричні властивості такої поверхні характеризуються комплексною діелектричною проникністю

$$\text{£}_c = \text{£} + i \cdot 60 \cdot \text{ª} \cdot \text{¥},\ i = \sqrt{-1}, \tag{1}$$

де £ – діелектрична проникність ДС; ¥ – її провідність; ª – довжина електромагнітної хвилі.

Представимо хвилю $\dot{\vec{\text{£}}}_{пад}(\mu t)$, де μ – її кругова частота, t – час, у виді суми ортогонально-поляризованих компонент $\dot{\vec{\text{£}}}_{IIпад}(\mu t)$ й $\dot{\vec{\text{£}}}_{\perp пад}(\mu t)$:

$$\dot{\vec{\text{£}}}_{пад}(\mu t) = \dot{\vec{S}}_{IIпад}(\mu t) + \dot{\vec{S}}_{\perp пад}(\mu t), \tag{2}$$

де

$$\dot{\vec{\text{£}}}_{IIпад}(\mu t) = E_0 \cdot (\vec{e}_y \cdot \sin ¯ - \vec{e}_z \cdot \cos ¯) \cdot \exp[i \cdot (\mu t - \vec{k} \cdot \vec{r})] \tag{3}$$

розглядається для випадку паралельного поля, коли вектор напруженості електричного поля лежить у площині, компланарній площині YOZ;

$$\dot{\vec{S}}_{\perp пад}(\mu t) = i \cdot \vec{e}_x \cdot E_0 \cdot \exp[i \cdot (\mu t - \vec{k} \cdot \vec{r})] \quad (4)$$

розглядається для випадку поперечного поля, коли вектор напруженості електричного поля колінеарний вісі OX; E_0 – амплітуда поля; $\vec{k} = 2®\vec{k}_{01} \cdot ª$; $\vec{k}_{01}$ – орт, який задає напрямок розповсюдження хвилі; $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений до початку координат; $ª$ – довжина падаючої хвилі (як і у (1)); $\mu = 2®f$ – кругова частота; f – лінійна частота; $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – одиничні вектори відповідно для вісі OX, OY, OZ.

Вважаючи, що розміри ділянки поверхні ДС більше довжини хвилі, та нехтуючи дифракцією на границях поверхні (крайовими ефектами), вираз для поляризаційно-ортогональних компонент хвилі, відбитої у дзеркальному напрямку приймає вид:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{S}}_{відб}(\mu t) &= \dot{\vec{S}}_{IIвідб}(\mu t) + \dot{\vec{S}}_{\perp відб}(\mu t) = \{[E_0 \cdot (\vec{e}_y \sin¯ - \vec{e}_z \cos¯) \cdot \dot{F}_{II}(£_c, ¯)] + \\ &+ i \cdot [\vec{e}_x E_0 \dot{F}_{\perp}(£_c, ¯)]\} \cdot \exp[i \cdot (\mu t - \vec{k} \cdot \vec{r})],\end{aligned} \quad (5)$$

де $\dot{F}_{II}(£_c, ¯), \dot{F}_{\perp}(£_c, ¯)$ – коефіцієнти Френеля [2]:

$$\begin{aligned}\dot{F}_{\perp}(£_c, ¯) &= (\cos¯ - \sqrt{£_c - \sin^2 ¯}) / (\cos¯ + \sqrt{£_c - \sin^2 ¯}) = \\ &= \left|\dot{F}_{\perp}(£_c, ¯)\right| \cdot \exp\{i\Phi_{\perp}(£_c, ¯)\};\end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}\dot{F}_{II}(£_c, ¯) &= (£_c \cos¯ - \sqrt{£_c - \sin^2 ¯}) / (£_c \cos¯ + \sqrt{£_c - \sin^2 ¯}) = \\ &= \left|\dot{F}_{II}(£_c, ¯)\right| \cdot \exp\{i\Phi_{II}(£_c, ¯)\}.\end{aligned} \quad (7)$$

Як видно з виразів (3) – (7), ступінь та характер зміни поляризаційної структури поля відбитої від поверхні ДС у дзеркальному напрямку хвилі повністю визначається коефіцієнтами Френеля, значення котрих при заданих $¯$ та $ª$ визначаються електричними параметрами середовища (ДС). Отже, відбита хвиля та її поляризаційна структура несуть інформацію про комплексну діелектричну проникність середовища £_c.

Враховуючи вираз (5), можна записати формулу для комплексного поляризаційного параметру фазору відбитої хвилі у виді [3]:

$$\dot{p} = \dot{S}_{\text{II}\,\textit{відб}}(\mu t)/\dot{S}_{\perp\,\textit{відб}}(\mu t) = p\exp(i\,\text{¨}'), \tag{8}$$

де p – коефіцієнт поляризації ортогонально-лінійного представлення відбитої хвилі; $\text{¨}' = \Phi_{\text{II}} - \Phi_{\perp} + \text{¨}$ – загальний фазовий зсув між ортогональними складовими поля відбитої хвилі.

Підставимо у вираз (8) замість $\dot{S}_{\text{II}\,\textit{відб}}$ та $\dot{S}_{\perp\,\textit{відб}}$ їх значення, що виражаються через коефіцієнти Френеля:

$$\dot{p} = -i \cdot \dot{F}_{\text{II}}(\text{£}_c, \text{¯})/\dot{F}_{\perp}(\text{£}_c, \text{¯}) = p\exp\{i[\Phi_{\text{II}} - \Phi_{\perp} + \text{¨}]\}. \tag{9}$$

Співвідношення (9) передбачає випромінювання з круговою поляризацією. Використовуючи співвідношення для $\dot{F}_{\text{II}}(\text{£}_c, \text{¯})$ та $\dot{F}_{\perp}(\text{£}_c, \text{¯})$, запишемо:

$$\dot{p} = -i \cdot \frac{[(\text{£}_c \cos\text{¯} - \sqrt{\text{£}_c - \sin^2\text{¯}}) \cdot (\cos\text{¯} + \sqrt{\text{£}_c - \sin^2\text{¯}})]}{[(\text{£}_c \cos\text{¯} + \sqrt{\text{£}_c - \sin^2\text{¯}}) \cdot (\cos\text{¯} - \sqrt{\text{£}_c - \sin^2\text{¯}})]}. \tag{10}$$

Позначаючи $\sqrt{\text{£}_c - \sin^2\text{¯}} = \dot{M}$, після простих перетворень знайдемо:

$$\dot{p} = i \cdot (\dot{M}\cos\text{¯} - \sin^2\text{¯})/(\dot{M}\cos\text{¯} + \sin^2\text{¯}). \tag{11}$$

Розв’язуючи рівняння (11) відносно $\dot{M}$ та здійснюючи елементарні перетворення, отримаємо вираз для £_c :

$$\text{£}_c = [(1 - i\dot{p})tg^2\text{¯}/(1 + i\dot{p})^2 - 1]\sin^2\text{¯}. \tag{12}$$

Співвідношення (12) дозволяє за відомого кута падіння й при виміряному комплексному поляризаційному параметрі визначати значення комплексної діелектричної проникності поверхні ДС.

Підставляючи у вираз (12) значення $\dot{p}$ з (8), знайдемо:

$$£ = \{[(1-p^2)^2 - 4p^2\cos^{2}¯]tg^{2}¯/(1+p^2-2p\sin¯)^2+1\}\sin^{2}¯; \qquad (13)$$

$$¥ = 1/(15ª)[\sin^{4}¯(p\cos¯(p^2-1))]/[\cos^{2}¯(1+p^2-2p\sin¯)^2]. \qquad (14)$$

Отже, для визначення параметрів £ та ¥ ДС слід вимірювати відношення амплітуд лінійно-поляризованих компонент відбитої хвилі та різницю фаз між ними.

Якщо використовується безпосереднє вимірювання коефіцієнту еліптичності k та кута орієнтації поляризаційного еліпсу ¯ поля відбитої хвилі, то вирази (13) – (14) набувають вигляду:

$$£ = \{[(1-k)/(1+k)]^2\cos 4¯ \cdot tg^{2}¯ + 1\} \cdot \sin^{2}¯; \qquad (15)$$

$$¥ = 1/(60ª) \cdot [(1-k)/(1+k)]^2 \cdot \sin 4¯ \cdot \sin^{2}¯ \cdot tg^{2}¯. \qquad (16)$$

Враховуючи, що на сантиметрових/міліметрових хвилях нехтування другою складовою (1) дає максимальну похибку, яка не перевищує 5%, а також той факт, що на практиці вимірювання фазового параметру вимагає певних ускладнень у апаратурі, яка аналізує відбиті хвилі, більш доцільно для знаходження діелектричної проникності ДС за кругової поляризації випромінювання із врахуванням фазового зсуву у вказаній апаратурі користуватись співвідношеннями:

$$£ = \{[(1+p)/(1-p)]^2 \cdot tg^{2}¯ + 1\} \cdot \sin^{2}¯; \qquad (17)$$

$$£ = \{[(1-k)/(1+k)]^2 \cdot tg^{2}¯ + 1\} \cdot \sin^{2}¯. \qquad (18)$$

•Аналіз залежностей $£ = f(p,¯)$ (17) та $£ = f(k,¯)$ (18) показує, що за малих кутів ¯ опромінювання ДС з метою розширення діапазону значень доцільно використовувати у якості інформаційного параметру для вимірювання вологості ДС амплітудний поляризаційний параметр p, тоді як за великих кутів опромінювання перевагу слід віддати вимірювальній системі, яка використовує для цих же цілей коефіцієнт еліптичності k поляризаційного еліпсу. Відповідно, вибір інформаційного параметру для вимірювання вологості ДС диктується конкретними умовами технічної реалізації вимірювальної системи високої частоти. Оскільки при фіксованому куті опромінювання значення діелектричної проникності ДС, яке спостерігається, однозначно зв'язане з вологістю ДС, то, вимірявши величину діелектричної проникності, можна оперативно й досить точно визначати значення вологості для конкретної ДС, яка обробляється робочим органом вібраційної, віброударної машини чи пресу для ущільнення порошкових матеріалів.

ВИСНОВКИ

1. Встановлені основні можливості експрес-визначення вологості ДС поляризаційним методом.

2. Доцільним є використання випромінювання з круговою поляризацією сантиметрового (міліметрового) діапазону електромагнітних хвиль.

3. Діелектричну проникність та провідність ДС можна визначати на основі аналізу поляризаційної структури відбитої від середовища хвилі.

4. За малих кутів опромінювання ДС з метою розширення діапазону значень діелектричної проникності доцільно використовувати у якості інформаційного параметру для вимірювання вологості речовини амплітудний поляризаційний параметр, тоді як за великих кутів опромінювання ДС перевагу слід надавати коефіцієнту еліптичності поляризаційного еліпсу. Вибір конкретного інформаційного параметру для вимірювання вологості ДС визначається конкретними умовами технічної реалізації високочастотної вимірювальної апаратури.

5. Отримані результати мають практичне значення для подальшого вдосконалення існуючих методик визначення вологості ДС, а також у перспективі для розв'язку задачі оптимізації мало інерційного автоматичного управління робочим органом вібраційних, віброударних машин та пресів для ущільнення ДС, порошкових матеріалів.

Список літератури: 1. *Волков Д.П., Крикун В.Я., Тотолин П.Е. и др.* Машины для земляных работ. – М.: Машиностроение, 1992. – 448с. **2.** *Грудинская Г.П.* Распространение радиоволн. – М.: Высшая школа, 1967. – 244с. **3.** *Канарейкин Д.В., Павлов Н.Ф., Потехин В.А.* Поляризация радиолокационных сигналов. – М.: Советское радио, 1966. – 440 с.

Поступила в редколлегию 30.06.07