

**B. B. РОМАНЮК**, канд. техн. наук, ХНУ, м. Хмельницький

## ПОБУДОВА ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ В'ЯЗКОСТІ ПОЛІМЕРІВ З ВИКОРИСТАННЯМ МАТРИЧНОЇ ГРИ

Представлено формалізацію процесу знаходження групи коефіцієнтів для температурної залежності в'язкості полімеру. Запропоновано метод суміщення скінченного набору таких залежностей, отриманих при різних температурах переходу у скловидну речовину, з використанням відстані у функціональному просторі  $\mathbb{L}_p(T_{\min}; T_{\max})$ , де  $(T_{\min}; T_{\max})$  є інтервалом визначення температурної залежності в'язкості полімеру. Знайдені відстані між зафікованими температурними залежностями покладаються елементами матриці антагоністичної гри, оптимальна стратегія другого гравця у якій містить імовірності, з якими слід реалізовувати відповідні температурні залежності.

There has been represented formalization of process of finding the coefficients group for temperature dependence of polymer viscosity. Suggested a method of superposing the finite collection of such dependences, obtained by different vitrification temperatures, with used the distance in functional space  $\mathbb{L}_p(T_{\min}; T_{\max})$ , where  $(T_{\min}; T_{\max})$  is the interval of polymer viscosity temperature dependence definition. The found distances between the fixed temperature dependences are laid as elements of the matrix of the antagonistic game, in which the second player optimal strategy contains probabilities, with which it should realize the corresponding temperature dependences.

**Вступ та постановка проблеми.** Уже більше за півстоліття реологія полімерів існує як самостійний науковий напрямок, що у різних аспектах поєднується з молекулярною фізикою, механікою суцільних середовищ і технологією переробки та застосування високомолекулярних з'єднань [1, 2]. Практичне використання реологічних дослідів пов'язане, зокрема, зі створенням нових технологічних процесів переробки пластичних мас, резинових сумішей і волокон [1, 3, 4]. Предметом реології полімерів є опис їх механічних властивостей у різних режимах деформування, коли одночасно може виявлятись їх здатність до течії та накопичення оборотних деформацій. Серед різних механічних властивостей полімерних систем, котрі знаходяться у текучому стані, найбільш важливою у практичному відношенню і такому, що найбільш легко піддається експериментальному вивченю, є в'язкість, котра вимірюється при зсувній течії. Зазвичай в'язкість визначають як

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}, \quad (1)$$

де  $\tau$  є дотичним напруженням, а  $\dot{\gamma}$  є градієнтом швидкості при простому зсуві.

Сукупність залежностей в'язкості полімерних систем від температури  $T$ , тиску, режимів деформації визначає їх в'язкістні властивості, котрі обумовлені природою і складом полімеру. Вивчення температурної залежності в'язкості полімерів  $\eta = \eta(T)$  має дуже важливе значення для розуміння механізму процесу їх течії і для з'ясування зв'язку між структурою макромолекул та їх поведінкою при деформуванні. Температурна залежність в'язкості полімерів суттєво впливає на їх технологічні властивості, оскільки чуттєвість в'язкості до зміни температури визначає не тільки вибір режиму переробки, але й якість виробу та вимоги до контрольно-регулювальної апаратури.

**Аналіз досліджень по температурній залежності в'язкості полімерів.** Існує декілька підходів до вивчення залежності  $\eta = \eta(T)$ . За одним із них, що пов'язаний із теорією абсолютнох швидкостей реакції [1, с. 121],

$$\eta(T) = a \exp\left(\frac{b}{T}\right), \quad (2)$$

де  $a$  та  $b$  є деякими постійними, причому  $b = \frac{E}{R}$ , де  $E$  — це енергія активації процесу течії,  $R$  — газова постійна.

Рівняння (2), яке називають рівнянням Арреніуса, досить широко обговорювалось у наукових колах через публікації та конференції [5, 6]. Загальну експоненціальну тенденцію зменшення в'язкості полімеру при збільшенні температури воно, безумовно, яскраво демонструє. Проте, як показує більш детальний розгляд питання залежності  $\eta = \eta(T)$ , коефіцієнт  $a$  у (2) все ж таки є функцією температури [1].

Інший підхід до теорії температурної залежності в'язкості полімерної рідини пов'язаний із концепцією вільного об'єму [1, с. 123; 5]. Ця концепція заснована на ідеї про те, що текучість рідин обумовлена наявністю в них вільного просторового об'єму [5, 7, 8]. За теорією вільного об'єму залежність в'язкості від вільного просторового об'єму виражається експоненціальним рівнянням, де вільний просторовий об'єм має температурну залежність.

Згідно з цим

$$\eta(T) = \eta_g \cdot 10^{\frac{C_1(T-T_g)}{C_2+T-T_g}}, \quad (3)$$

де  $T_g$  є температурою переходу у скловидну речовину,  $\eta_g$  є в'язкістю при  $T=T_g$ , а  $C_1$  і  $C_2$  – константи, котрі є функціями від  $T_g$ .

Зазвичай приймають, що залежність (3) застосовна при  $T \in [T_g; T_g + 100]$ . Відповідно температурна залежність (2) застосовується для  $T < T_g$  і  $T > T_g + 100$ . Хоча й сегмент  $[T_g; T_g + 100]$  застосування залежності (3) визначений емпірично, все ж вид залежності  $\eta = \eta(T)$  для полімерів можна брати як

$$\begin{aligned} \eta(T) = & a \left( \frac{1 - \text{sign}(T - T_g)}{2} \text{sign}|T - T_g| + \frac{1 + \text{sign}(T - T_g - 100)}{2} \text{sign}|T - T_g - 100| \right) \times \\ & \times \exp\left(\frac{b}{T}\right) + \eta_g \left( \frac{1 + \text{sign}(T - T_g)}{2} \cdot \frac{1 - \text{sign}(T - T_g - 100)}{2} (2 - \text{sign}|T - T_g|) \times \right. \\ & \left. \times (2 - \text{sign}|T - T_g - 100|) \right) \cdot 10^{\frac{C_1(T-T_g)}{C_2+T-T_g}}, \end{aligned} \quad (4)$$

де коефіцієнти  $a$ ,  $b$ ,  $C_1$  та  $C_2$  для конкретного виду полімеру визначаються експериментально при вимірюванні в'язкості при різних температурах, а в'язкість  $\eta_g$  визначається при температурі  $T_g$  переходу у скловидну речовину.

Втім, для кожного полімеру температура  $T_g$  не тільки своя, ця температура обумовлюється ще й кінетикою охолодження полімеру, а також, зрозуміло, рядом інших, менш важливих, факторів. Врахувати усі ці фактори напочуд складно, тому можна говорити про залежність (4) як таку, що визначена на деякому інтервалі  $(T_{\min}; T_{\max})$  температур, де  $[T_g; T_g + 100] \subset (T_{\min}; T_{\max})$ , при нечіткій температурі  $T_g$ , тобто там

$T_g \in [T_g^{(\min)}; T_g^{(\max)}]$  для одного й того ж полімеру. Проблема полягає у тому, щоб цю “нечіткість” температури  $T_g$  переходу у скловидну речовину як най-ліпшим чином врахувати при визначенні залежності (4) для кожного виду полімеру.

**Формулювання мети статті та постановка завдань.** Метою статті є формалізація процесу знаходження коефіцієнтів  $a$ ,  $b$ ,  $C_1$  та  $C_2$  для залежності (4) та побудова цієї залежності для конкретного виду полімеру з урахуванням того, що температура  $T_g$  переходу у скловидну речовину належить, взагалі кажучи, деякому сегменту і не може бути остаточно визначена як точка даного сегмента. Для цього необхідно спочатку знайти окремо пари коефіцієнтів  $a$  та  $b$  і  $C_1(T_g)$  та  $C_2(T_g)$ , після чого розробити метод суміщення континууму чи, радше (у практичному смислі), скінченного набору залежностей виду (4), отриманих при

$$\left\{T_g^{(j)}\right\}_{j=1}^J \subset [T_g^{(\min)}; T_g^{(\max)}], \quad J \in \mathbb{N} \setminus \{1\}, \quad (5)$$

тобто при конкретних і різних  $T_g \in \left\{T_g^{(j)}\right\}_{j=1}^J$ .

**Визначення коефіцієнтів  $a$  та  $b$  у залежності (2).** Для визначення коефіцієнтів  $a$  та  $b$ , припускаючи постійність  $a$  при зміні температури, достатньо провести два вимірювання в'язкості при двох температурах  $T_1$  та  $T_2$ , де  $T_1 \neq T_2$ ,  $T_1 < T_g$  та  $T_2 < T_g$  або  $T_1 > T_g + 100$  та  $T_2 > T_g + 100$  (останнє, принаймні, є практично здійсненним). Тоді

$$\eta_1 = \eta(T_1) = a \exp\left(\frac{b}{T_1}\right), \quad \eta_2 = \eta(T_2) = a \exp\left(\frac{b}{T_2}\right). \quad (6)$$

Маємо:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\eta(T_1)}{\eta(T_2)} = \frac{a \exp\left(\frac{b}{T_1}\right)}{a \exp\left(\frac{b}{T_2}\right)} = \exp\left(\frac{b}{T_1} - \frac{b}{T_2}\right) = \exp\left(\frac{bT_2 - bT_1}{T_1 T_2}\right). \quad (7)$$

Прологарифмувавши (7), легко знаходимо коефіцієнт  $b$ :

$$b = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \ln \frac{\eta_1}{\eta_2}. \quad (8)$$

Тоді коефіцієнт  $a$  легко знайти з одного з рівнянь у (6):

$$a = \eta_1 \exp\left(-\frac{b}{T_1}\right) = \eta_1 \exp\left(-\frac{\frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \ln \frac{\eta_1}{\eta_2}}{T_1}\right) = \eta_1 \exp\left(\frac{T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{\eta_1}{\eta_2}\right). \quad (9)$$

Таким чином, залежність (2) після вимірювань  $\{\eta(T_1), \eta(T_2)\} = \{\eta_1, \eta_2\}$  набуває остаточно вигляду:

$$\begin{aligned} \eta(T) &= \eta_1 \exp\left(\frac{T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{\eta_1}{\eta_2}\right) \exp\left(\frac{\frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \ln \frac{\eta_1}{\eta_2}}{T}\right) = \\ &= \eta_1 \exp\left(\frac{T_2}{T_2 - T_1} \ln \frac{\eta_1}{\eta_2} \left[ \frac{T_1}{T} - 1 \right]\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Зауважимо, однак, що вимірювання двох в'язкостей  $\eta_1$  та  $\eta_2$  слід проводити при достатньо віддалених одна від одної температурах  $T_1$  та  $T_2$ , що забезпечить мінімальну похибку при побудові (10).

**Визначення коефіцієнтів  $C_1$  та  $C_2$  у залежності (3).** Для визначення коефіцієнтів  $C_1$  та  $C_2$  при відомій  $T_g$  та  $\eta_g = \eta(T_g)$  достатньо провести два вимірювання в'язкості при двох різних температурах  $T_3$  та  $T_4$ , де  $T_3 < T_4$  та  $\{T_3, T_4\} \in (T_g; T_g + 100)$ . Тоді

$$\eta_3 = \eta(T_3) = \eta_g \cdot 10^{\frac{C_1(T_3 - T_g)}{C_2 + T_3 - T_g}}, \quad \eta_4 = \eta(T_4) = \eta_g \cdot 10^{\frac{C_1(T_4 - T_g)}{C_2 + T_4 - T_g}}. \quad (11)$$

Далі із першого рівняння в (11) маємо:

$$\begin{aligned}
\lg \frac{\eta_3}{\eta_g} &= \frac{C_1(T_3 - T_g)}{C_2 + T_3 - T_g}, \\
(C_2 + T_3 - T_g) \lg \frac{\eta_3}{\eta_g} &= C_1(T_3 - T_g), \\
C_1 &= \frac{C_2 + T_3 - T_g}{T_3 - T_g} \lg \frac{\eta_3}{\eta_g}. \tag{12}
\end{aligned}$$

Із другого рівняння в (11) маємо:

$$\begin{aligned}
\lg \frac{\eta_4}{\eta_g} &= \frac{C_1(T_4 - T_g)}{C_2 + T_4 - T_g}, \\
(C_2 + T_4 - T_g) \lg \frac{\eta_4}{\eta_g} &= C_1(T_4 - T_g), \\
C_2 &= \frac{C_1(T_4 - T_g)}{\lg \frac{\eta_4}{\eta_g}} - (T_4 - T_g). \tag{13}
\end{aligned}$$

Підставимо (12) у (13) й отримаємо рівняння відносно коефіцієнта  $C_2$ :

$$\begin{aligned}
C_2 &= \frac{\frac{C_2 + T_3 - T_g}{T_3 - T_g} (T_4 - T_g) \lg \frac{\eta_3}{\eta_g}}{\lg \frac{\eta_4}{\eta_g}} - (T_4 - T_g) = \\
&= C_2 \frac{\frac{T_4 - T_g}{T_3 - T_g} \lg \frac{\eta_3}{\eta_g}}{\lg \frac{\eta_4}{\eta_g}} + (T_4 - T_g) \frac{\lg \frac{\eta_3}{\eta_g}}{\lg \frac{\eta_4}{\eta_g}} - (T_4 - T_g). \tag{14}
\end{aligned}$$

З (14) уже можна виписати вираз для коефіцієнта  $C_2$ :

$$\begin{aligned}
C_2 &= \frac{\left(T_4 - T_g\right) \frac{\lg \frac{\eta_3}{\eta_g}}{\lg \frac{\eta_4}{\eta_g}} - \left(T_4 - T_g\right)}{1 - \frac{\lg \frac{\eta_4}{\eta_g}}{\frac{T_4 - T_g}{T_3 - T_g} \lg \frac{\eta_3}{\eta_g}}} = \frac{\left(T_4 - T_g\right) \left(\lg \frac{\eta_3}{\eta_g} - \lg \frac{\eta_4}{\eta_g}\right)}{\lg \frac{\eta_4}{\eta_g} - \frac{T_4 - T_g}{T_3 - T_g} \lg \frac{\eta_3}{\eta_g}} = \\
&= \frac{\left(T_3 - T_g\right) \left(T_4 - T_g\right) \left(\lg \eta_3 - \lg \eta_4\right)}{\left(T_3 - T_g\right) \left(\lg \eta_4 - \lg \eta_g\right) - \left(T_4 - T_g\right) \left(\lg \eta_3 - \lg \eta_g\right)}. \tag{15}
\end{aligned}$$

Коефіцієнт  $C_1$  знайдемо із (12), підставляючи туди (15):

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{\frac{\left(T_4 - T_g\right) \left(\lg \frac{\eta_3}{\eta_g} - \lg \frac{\eta_4}{\eta_g}\right)}{\lg \frac{\eta_4}{\eta_g} - \frac{T_4 - T_g}{T_3 - T_g} \lg \frac{\eta_3}{\eta_g}} + T_3 - T_g}{T_3 - T_g} \lg \frac{\eta_3}{\eta_g} = \\
&= \left[ \frac{\left(T_4 - T_g\right) \left(\lg \frac{\eta_3}{\eta_g} - \lg \frac{\eta_4}{\eta_g}\right)}{\left(T_3 - T_g\right) \lg \frac{\eta_4}{\eta_g} - \left(T_4 - T_g\right) \lg \frac{\eta_3}{\eta_g}} + 1 \right] \lg \frac{\eta_3}{\eta_g} = \\
&= \left[ \frac{\left(T_4 - T_g\right) \left(\lg \eta_3 - \lg \eta_4\right)}{\left(T_3 - T_g\right) \left(\lg \eta_4 - \lg \eta_g\right) - \left(T_4 - T_g\right) \left(\lg \eta_3 - \lg \eta_g\right)} + 1 \right] \left(\lg \eta_3 - \lg \eta_g\right). \tag{16}
\end{aligned}$$

Таким чином, залежність (3) після вимірювань  $\{\eta(T_3), \eta(T_4)\} = \{\eta_3, \eta_4\}$  в інтервалі  $(T_g; T_g + 100)$  остаточно набуває вигляду:

$$\eta(T) = \eta_g \cdot 10^{\left[ \frac{\left(T_4 - T_g\right) \left(\lg \eta_3 - \lg \eta_4\right)}{\left(T_3 - T_g\right) \left(\lg \eta_4 - \lg \eta_g\right) - \left(T_4 - T_g\right) \left(\lg \eta_3 - \lg \eta_g\right)} + 1 \right] \left(\lg \eta_3 - \lg \eta_g\right) \left(T - T_g\right)}, \tag{17}$$

де, зрозуміло, вимірювання двох в'язкостей  $\eta_3$  та  $\eta_4$  слід проводити при достатньо віддалених одна від одної температурах  $T_3$  та  $T_4$ , щоб забезпечити мінімальну похибку при побудові (17). Крім того, ці температури мають бути достатньо віддаленими і від кінців інтервалу  $(T_g; T_g + 100)$ .

**Суміщення скінченного набору залежностей (4) при різних температурах (5) переходу у скловидну речовину.** На основі проведених чотирьох вимірювань  $\{\eta(T_k)\}_{k=1}^4 = \{\eta_k\}_{k=1}^4$  в'язкості конкретного виду полімеру, де  $T_1 < T_2$ ,  $T_1 > T_g + 100$ ,  $T_2 > T_g + 100$ ,  $T_3 < T_4$ ,  $\{T_3, T_4\} \in (T_g; T_g + 100)$ , отримана залежність (4)

$$\begin{aligned} \eta(T, T_g) = & \eta_l \left( \frac{1 - \text{sign}(T - T_g)}{2} \text{sign}|T - T_g| + \right. \\ & \left. + \frac{1 + \text{sign}(T - T_g - 100)}{2} \text{sign}|T - T_g - 100| \right) \exp \left( \frac{T_2}{T_2 - T_1} \ln \frac{\eta_l}{\eta_2} \left[ \frac{T_1}{T} - 1 \right] \right) + \\ & + \eta_g \left( \frac{1 + \text{sign}(T - T_g)}{2} \cdot \frac{1 - \text{sign}(T - T_g - 100)}{2} (2 - \right. \\ & \left. - \text{sign}|T - T_g|)(2 - \text{sign}|T - T_g - 100|) \right) \times \\ & \times 10^{\left[ \frac{(T_4 - T_g)(\lg \eta_3 - \lg \eta_4)}{(T_3 - T_g)(\lg \eta_4 - \lg \eta_g) - (T_4 - T_g)(\lg \eta_3 - \lg \eta_g)} + 1 \right] (\lg \eta_3 - \lg \eta_g)(T - T_g)} \\ & \quad \frac{(T_3 - T_g)(T_4 - T_g)(\lg \eta_3 - \lg \eta_4)}{(T_3 - T_g)(\lg \eta_4 - \lg \eta_g) - (T_4 - T_g)(\lg \eta_3 - \lg \eta_g)} + T - T_g}, \end{aligned} \quad (18)$$

з уже врахованими (10) і (17) має місце тільки при фіксованій температурі  $T_g$ .

Якщо ж у процесі дослідження полімеру було зафіковано  $J$  температур (5) переходу у скловидну речовину, і при цьому виміряні відповідні в'язкості  $\{\eta(T_g^{(j)})\}_{j=1}^J = \{\eta_g^{(j)}\}_{j=1}^J$ , то це змушує замість однієї температурної залежності в'язкості полімеру розглядати набір таких залежностей  $\{\eta(T, T_g^{(j)})\}_{j=1}^J$  з відо-

мими значеннями  $\left\{\eta_g^{\langle j \rangle}\right\}_{j=1}^J$ .

Припустимо, що  $T_g^{\langle j \rangle} < T_g^{\langle j+1 \rangle} \forall j = \overline{1, J-1}$ . Тоді близькість у функціональному смыслі двох температурних залежностей може бути визначена як відстань між ними у просторі  $\mathbb{L}_p$  функцій однієї змінної, визначених на інтервалі  $(T_{\min}; T_{\max})$ , де  $p \geq 1$ . Тому

$$\rho_{\mathbb{L}_p(T_{\min}; T_{\max})} \left[ \eta(T, T_g^{\langle j \rangle}), \eta(T, T_g^{\langle k \rangle}) \right] = \\ = \left( \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} \left| \eta(T, T_g^{\langle j \rangle}) - \eta(T, T_g^{\langle k \rangle}) \right|^p dT \right)^{\frac{1}{p}} = \rho_{jk}^{\langle p \rangle} = \rho_{kj}^{\langle p \rangle}, \quad \forall j = \overline{1, J}, k = \overline{1, J}. \quad (19)$$

Хоча, зважаючи на те, що температурні режими нижче від температури переходу у скловидну речовину не завжди представляють практичний інтерес, замість (19) можна використовувати відстань

$$\rho_{\mathbb{L}_p(T_g^{\langle l \rangle}; T_{\max})} \left[ \eta(T, T_g^{\langle j \rangle}), \eta(T, T_g^{\langle k \rangle}) \right] = \\ = \left( \int_{T_g^{\langle l \rangle}}^{T_{\max}} \left| \eta(T, T_g^{\langle j \rangle}) - \eta(T, T_g^{\langle k \rangle}) \right|^p dT \right)^{\frac{1}{p}} = \rho_{jk}^{\langle p \rangle} = \rho_{kj}^{\langle p \rangle}, \quad \forall j = \overline{1, J}, k = \overline{1, J}. \quad (20)$$

Тепер на основі відстаней (19) або (20) можна скласти  $J \times J$ -гру зі симетричною матрицею [9, 10]

$$\mathbf{D}_p = \begin{bmatrix} \rho_{11}^{\langle p \rangle} & \rho_{12}^{\langle p \rangle} & \cdots & \rho_{1J}^{\langle p \rangle} \\ \rho_{21}^{\langle p \rangle} & \rho_{22}^{\langle p \rangle} & \cdots & \rho_{2J}^{\langle p \rangle} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{J1}^{\langle p \rangle} & \rho_{J2}^{\langle p \rangle} & \cdots & \rho_{JJ}^{\langle p \rangle} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \rho_{12}^{\langle p \rangle} & \cdots & \rho_{1J}^{\langle p \rangle} \\ \rho_{12}^{\langle p \rangle} & 0 & \cdots & \rho_{2J}^{\langle p \rangle} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1J}^{\langle p \rangle} & \rho_{2J}^{\langle p \rangle} & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

У цій грі ми маємо  $J$  чистих стратегій, кожна з яких полягає у виборі фіксованого значення температури переходу у скловидну речовину, а інший гравець, котрий персоніфікує ряд факторів, що обумовлюють певне значення  $T_g$ , включаючи і кінетику охолодження дослідженого полімеру, також

обирає фіксоване значення температури переходу у скловидну речовину. Цей гравець, на відміну від нас, ясно, не володіє “інтелектом”, але його “випадковий” вибір деякого значення  $T_g$  може виявитись надто несприятливим для нас, коли, скажімо, ми за  $T_g$  обрали значення  $T_J$ , а реальна температура переходу у скловидну речовину виявилась рівною  $T_1$ . Тому у  $\mathbf{D}_p$ -тряпі з матрицею (21) необхідно діяти на стороні другого гравця і мінімізувати максимально можливу різницю між температурними залежностями в'язкості полімеру, для яких ця різниця визначатиметься як (19) або (20). Розв'язок  $\mathbf{D}_p$ -тряпі у формі  $J$ -мірних векторів

$$\mathbf{F}_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} \hat{f}_1 & \hat{f}_2 & \dots & \hat{f}_{J-1} & \hat{f}_J \end{bmatrix} \in \left\{ \mathbf{F} = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_{J-1} \ f_J] \in \mathbb{R}^J : f_j \in [0; 1] \forall j = \overline{1, J}, \sum_{j=1}^J f_j = 1 \right\} = \mathcal{F} \quad (22)$$

та

$$\mathbf{H}_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} \check{h}_1 & \check{h}_2 & \dots & \check{h}_{J-1} & \check{h}_J \end{bmatrix} \in \left\{ \mathbf{H} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{J-1} \ h_J] \in \mathbb{R}^J : h_j \in [0; 1] \forall j = \overline{1, J}, \sum_{j=1}^J h_j = 1 \right\} = \mathcal{H} \quad (23)$$

дає метод суміщення скінченного набору залежностей (18) при різних температурах (5) переходу у скловидну речовину. За цим методом  $j$ -ту температурну залежність  $\eta(T, T_g^{(j)})$  на практиці ми маємо використовувати з імовірністю  $h_j \forall j = \overline{1, J}$ .

В імовірнісному смислі це дасть найменше значення  $\mathbf{F}_{\text{opt}} \cdot \mathbf{D}_p \cdot \mathbf{H}_{\text{opt}}^T$  серед відстаней (19) або (20), котре задовольнить подвійній нерівності

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{D}_p \cdot \mathbf{H}_{\text{opt}}^T \leq \mathbf{F}_{\text{opt}} \cdot \mathbf{D}_p \cdot \mathbf{H}_{\text{opt}}^T \leq \mathbf{F}_{\text{opt}} \cdot \mathbf{D}_p \cdot \mathbf{H}^T \quad (24)$$

для будь-яких  $\mathbf{F} \in \mathcal{F}$  та  $\mathbf{H} \in \mathcal{H}$ .

## **Висновок та перспектива подальшого дослідження.**

Якщо у процесі дослідження властивостей полімеру було зафіковано  $J$  температур (5) переходу у скловидну речовину, то замість однієї температурної залежності в'язкості полімеру (18) необхідно враховувати  $J$  температурних залежностей  $\left\{ \eta(T, T_g^{(j)}) \right\}_{j=1}^J$  з вимірюваними значеннями  $\left\{ \eta_g^{(j)} \right\}_{j=1}^J$  при підстановці у (18)  $T_g = T_g^{(j)} \quad \forall j = \overline{1, J}$ .

Розв'язавши  $\mathbf{D}_p$ -гру з елементами (19) або (20) матриці (21) й отримавши оптимальну стратегію (23), на практиці побудову температурної залежності в'язкості полімеру (18) слід виконувати шляхом реалізації залежності (18) при  $T_g = T_g^{(j)}$  з імовірністю  $h_j$ , що забезпечить мінімальні втрати величиною  $\mathbf{F}_{\text{opt}} \cdot \mathbf{D}_p \cdot \mathbf{H}_{\text{opt}}^T$ .

Перспектива подальшого дослідження полягає у розробці спеціального програмного забезпечення для швидкого отримання розв'язку  $\mathbf{D}_p$ -гри та практичній реалізації оптимальної стратегії (23), котра задовольнятиме нерівності (24), з імовірностями покладання температурних залежностей  $\left\{ \eta(T, T_g^{(j)}) \right\}_{j=1}^J$ .

Таке програмне забезпечення повинно враховувати скінчений горизонт покладань у (18) однієї із фікованих температур (5), що додатково обмежує практичну реалізацію імовірностей [11, 12] в оптимальній стратегії (23).

**Список літератури:** 1. Виноградов Г.В. Реология полимеров / Г.В. Виноградов, А.Я. Малкин. – М.: Химия, 1977. – 440 с. 2. Cohen M.H. Molecular transport in liquids and glasses / M.H. Cohen, D. Turnbull // J. Chem. Phys. – 1959. – Vol. 31, № 5. – Р. 1164 – 1169. 3. Татарников А.А. Влияние расхода утечки на процесс переработки резиновой смеси в напорной зоне червячной машины / А.А. Татарников, Л.В. Буртелов, Д.Б. Горбунов // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2005. – № 4. – С. 7 – 9. 4. Татарников А.А. Новый метод обработки экспериментальной кривой течения псевдопластичной среды / А.А. Татарников, Л.В. Буртелов, Д.Б. Горбунов // Известия вузов. Пищевая технология. – 2005. – № 5 – 6. – С. 105 – 108. 5. Macedo P.B. On the relative roles of free volume and activation energy in the viscosity of liquids / P.B. Macedo, T.A. Litovitz // J. Chem. Phys. – 1965. – Vol. 42, № 1. – Р. 245 – 256. 6. Фогельсон Р.Л. Температурная зависимость вязкости / Р.Л. Фогельсон, Е.Р. Лихачев // Журнал технической физики. – 2001. – Т. 71, Вып. 8. – С. 128 – 131. 7. Williams M.L. The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids / M.L. Williams, R.F. Landel, J.D. Ferry // J. Am. Chem. Soc. – 1955. – Vol. 77, № 14. – Р. 3701 – 3707. 8. Малкин А.Я. Диффузия и вязкость полимеров. Методы измерения / А.Я. Малкин, А.Е. Чалых. – М.: Химия, 1979. – 304 с. 9. Воробьёв Н.Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков / Н.Н. Воробьёв. – М.: Наука, Главная редакция физико-математи-

ческой литературы, 1985. – 272 с. **10.** Оуэн Г. Теория игр / Г. Оуэн; [пер. с англ.]. – [2-е изд.]. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 216 с. **11.** Романюк В.В. Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з порожньою множиною сілових точок у чистих стратегіях з відомою кількістю партій гри / В.В. Романюк // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2009. – № 2. – С. 45 – 52. **2.** Романюк В.В. Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій в антагоністичній грі, де гравець володіє незліченою множиною чистих стратегій, при відомій кількості партій гри / В.В. Романюк // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2009. – № 5. – С. 130 – 142.

*Надійшла до редколегії 04.04.10*

УДК 66-4042

**А.Н. ДУБОВЕЦЬ**, канд. техн. наук, доц.; **Б.Г. ЛЯХ**, доц., УИПА;  
**В.И. ТОШИНСКИЙ**, докт. техн. наук, проф.;  
**М.А. ПОДУСТОВ**, докт. техн. наук, проф.;  
**И.И. ЛИТВИНЕНКО**, канд. техн. наук, проф.;  
**И.Г. ЛЫСАЧЕНКО**, канд. техн. наук, с.н.с.;  
**А.М. ДЗЕВОЧКО**, канд. техн. наук, ст. преп., НТУ "ХПИ"

## **РОТАЦИОННЫЙ ВИСКОЗИМЕТР**

Розроблено ротаційний віскозиметр, який містить електричний двигун, чутливий елемент, що складається з конструктивно подібних блоків, розташованих безпосередньо в вимірюване середовище, перетворювача та вторинного приставка. Можливе використання в різних галузях промисловості.

A rotational viscosimeter, which contains the electric motor, sensibility element, which consists of structurally-similar units, located directly in the measured medium, transducer and secondary device are developed. It possible to use in various industries.

### **Постановка проблемы.**

Разработанный ротационный вискозиметр относится к измерительной технике и может быть использован в пищевой, медицинской, химической и других отраслях промышленности.

Известен вискозиметр, содержащий корпус с расположенными в нем двумя коаксиальными цилиндрами.