УДК 658.51.012

МОДЕЛЬ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ ПАРТИИ ПРЕДМЕТОВ ТРУДА

О.М.Пигнастый[1], В.Д.Ходусов[2]
[1]Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г.Харьков
[2]Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, г.Харьков

[1]pom7@bk.ru

Аннотация. В статье обсуждается построение модели производственной поточной линии с учетом ограничений на технологическую траекторию движения предметов труда. Рассмотрено влияние на траекторию движения предмета труда производственного фактора, связанного с ограничением максимальной емкости межоперационных накопителей. Проанализировано ограничение, связанное с последовательным порядком обработки предметов труда. Построено уравнение для нормативной технологической траектории с учетом названных ограничений на траекторию движения предметов труда, которое может быть использовано для замыкания балансовых уравнений PDE-моделей производственных поточных линий.
Ключевые слова: уравнение Эйлера, производственная линия, массовое производство, незавершенное производство, формализм Лагранжа, технологическая траектория, поточная линия, PDE-модель.

Введение

Регулярные изменения номенклатуры выпускаемой продукции обуславливает потребность предприятий в проектировании эффективных систем управления производством, основанных на современных экономико-математических моделях описания производственных явлений [1–4]. Современные условия функционирования промышленного предприятия в условиях неопределенности требует применение новых, высокоэффективных способов и методов управления хозяйственной деятельностью [1–6]. Важное место среди моделей производственных поточных линий занимают потоковые модели [7–12]. Особым классом среди потоковых моделей выделены модели поточных производственных линий с использованием уравнений в частных производных (PDE-моделей) [6]. Одним из способов, который дает возможность замкнуть систему балансовых уравнений PDE-модели, является подход, использующий усредненное уравнение движения предметов труда по технологическому маршруту. Движение предмета труда по технологическому маршруту осуществляется при наличии различных технологических ограничений. В качестве одного из типов ограничений выступает ограничение на емкость межоперационных накопителей. Предмет труда, прошедший технологическую обработку, перемещается в межоперационный накопитель (рис.1). Переполнение межоперационного накопителя приводит к остановке производственного процесса [13-16]. Межоперационный накопитель выступает буфером, который сглаживает неритмичность и асинхронность в производительности технологического оборудования [17-21]. Другим ограничением на траекторию движения предмета труда является то, что обработка предмета труда не может быть начата, пока не закончена обработка предмета труда, следовавшего по технологическому маршруту перед ним [22,23]. Ожидая в очереди на технологическую обработку, предмет труда находится в межоперационном накопителе. Это приводит к тому, что технологические траектории предметов труда не пересекаются. Технологическая траектория предмета труда выступает ограничением для траектории предмета труда, следующего за ним.

Целью исследования является построение моделей поточных производственных линий с учетом ограничений, накладываемых производственной системой на траектории движения предметов труда.

Актуальность работы заключается в построении формализованного описания производственной системы в форме Лагранжа и непосредственно в выводе уравнения движения предметов труда по нормативной технологической траектории с учетом ограничений, вызванных взаимодействием предметов труда между

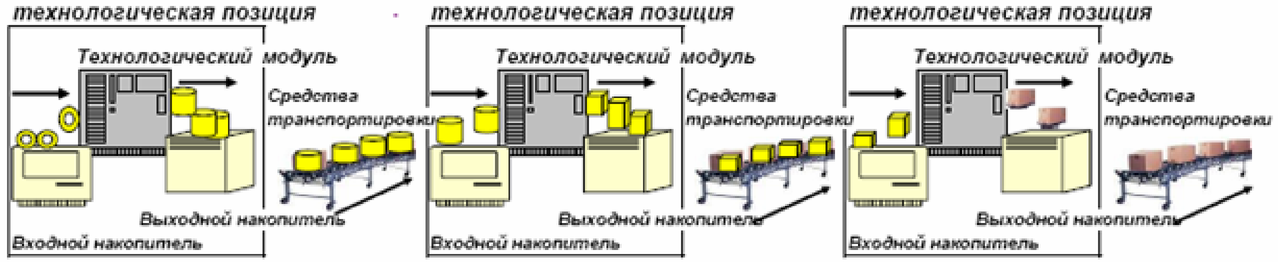

Рис.1. Структура поточной технологической линии

собой и с технологическим оборудованием. Уравнение движение предметов труда используется для замыкания балансовых уравнений PDE-моделей. Точность его построения в значительной степени оказывает влияние на точность PDE-модели производственной поточной линии [20,21,24]. Этим обстоятельством обусловлена актуальность исследования, проведенного в данной работе.

Постановка задачи

На поточной линии (рис.1) требуется изготовить партию однотипных деталей в количестве N штук. Поточная линия включает m технологических позиций, на каждой из которой выполняется m-ая технологическая операция $(m = 1..M)$. Каждая позиция, начиная со второй, содержит накопитель, обрабатывающий модуль и средства перемещения деталей между позициями (рис.1). Для описания работы поточной линии используем обозначения $\Delta S_{m,\psi}$ (руб.) - стоимость ресурсов, перенесенных обрабатывающим модулем в результате выполнения операции; $\Delta\tau_m$ (час) – эффективное время обработки предмета труда на m-ой операции [1]. Общая стоимость ресурсов, перенесенных обрабатывающими модулями на предмет труда после выполнения m-ой операции, вычисляется как сумма затрат по технологическим операциям: $S_{m,\psi} = \sum_{k=1}^{m} \Delta S_{k,\psi}$,(руб). Нормативный темп обработки предметов труда на m-ом модуле $[\chi]_{1m,\psi} = 1/\Delta\tau_m$, (шт./час). Для свободной поточной линии характеристикой отдельного участка является темп совместной обработки $[\chi]_{1m_\Sigma,\psi}$, который представляет собой темп выхода предметов труда с m-ого модуля поточной линии $[\chi]_{1m_\Sigma,\psi} = \min\{[\chi]_{1k,\psi},\ k = 1, m\}$,(шт./час). Полагаем, что технологические режимы обработки предмета труда заданы и постоянны в течение периода производственного цикла обработки партии изделий. Состояние предмета труда будем характеризовать координатами фазового технологического пространства (S, μ) [6].

Значения параметров состояния и местонахождения j-ого предмета труда в момент времени t будем определять через стоимости $S_j(t)$(руб.) перенесенных на него технологических ресурсов и интенсивность переноса технологических ресурсов $\mu_j(t)$ (руб./час). Закон переноса ресурсов при выполнении операции определяется особенностями технологического режима обработки [25]. На рис.2 представлен график функции $\Delta S_\psi(t)$, характеризующей перенос ресурсов на предмет труда в результате выполнения операции для разных видов процесса обработки. Левый график (рис.2,а) определяется тем, что за время $N_m \cdot \Delta\tau_m$ пребывания N_m предметов труда в накопителе перед m-ым технологическим модулем на них не переносится стоимость ресурсов. К таким операциям следует отнести операции механической обработки, сборочные операции.

Второй вид операций определяется тем, что за время нахождения предметов труда в накопителях на них переносится стоимость ресурсов (правый график, рис. 2,б).

Рассмотрим движения предмета труда по технологическому маршруту, объединяющие операции, при выполнении которых перенос ресурсов происходит непосредственно во время обработки предмета труда. Будем полагать, что в случае, когда деталь находится в накопителе, увеличение ее стоимости не происходит. После окончания технологической обработки предмета труда на m-ом технологическом модуле его стоимость возрастает на величину $\Delta S_{m,\psi}$. Длительность перемещения предмета труда из накопителя на технологическую позицию много меньше длительности выполнения операции. Траектория движения предмета труда по

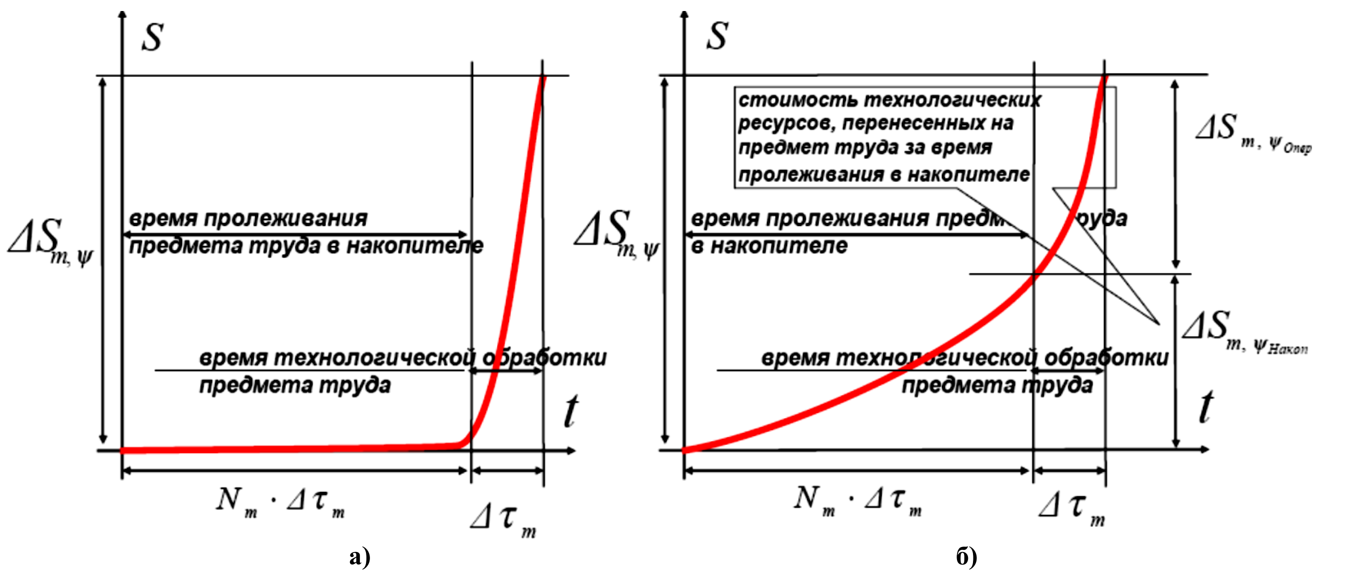

Рис.2. Перенос технологических ресурсов на предмет труда

технологическому маршруту для свободной (незанятой) поточной линии определяется уравнением Эйлера:

$$\frac{d\mu}{dt} = \mu_{\psi}(S)\frac{\partial \mu_{\psi}(S)}{\partial S}, \ \frac{dS}{dt} = \mu . \qquad (1)$$

Уравнение (1) допускает решение в аналитическом виде для некоторых функций $\mu_{\psi}(S)$. Для функции вида $\mu_{\psi}(S) = \sqrt{2 \cdot S}$ уравнение траектории движения предмета труда определяется квадратичной функцией $S(t) = \frac{1}{2} \cdot t^2$, для функции вида $\mu_{\psi}(S) = 1$-линейной функцией $S(t) = t$. Рассмотрим движение партии из 5-ти деталей по маршруту из 8-ми операций, каждая из которых характеризуется значениями $\Delta S_{m,\psi}$ и $\Delta\tau_m$ (табл.1). Предполагается, что время обработки для m-ой операции детерминировано.

Обработка партии предметов труда на свободной поточной линии

Технологическая траектория первого предмета труда, движущегося по свободной поточной линии с нормативным темпом $[\chi]_{1m,\psi} = 1/\Delta\tau_m$ (шт./час) (рис.3), удовлетворяет уравнению (1), представлена на рис.4. При построении технологической траектории функция $\mu_{m,\psi} = \mu_{m,\psi}(S_{m,\psi})$ (табл.1) аппроксимирована непрерывной гладкой функцией $\mu_{\psi}(S)$. Характерные точки технологической траектории первого предмета труда для свободной поточной линии определены целочисленными координатами ($S_{m,\psi}, \tau_m$): A_1(0,0); B_1(1,2); C_1 (6,3); D_1(7,6); G_1(15,8); E_1(16,17); K_1(30,24); H_1 (32,28); Q_1(41,30) (рис.4, рис.5). Буквы, за исключением A_1(0,0), соответствуют координатам окончания m-ой операции. Индекс внизу указывает о том, к какому предмету труда принадлежит траектория. Если после окончания $(m-1)$-ой операции предмет труда пролеживает в накопителе перед m-ой операцией, то характерную точку начала обработки предмета труда на m-ой операции будем обозначать прописными буквами. Отрезок, соединяющий точки C_5(6,11) и c_5(6,15), является участком траектории, на котором 5-й предмет труда находится в ожидании обработки (рис.6). Аналогичным является участок технологической траектории, соединяющий точки G_5(15,18) и g_5(15,44) (рис.6).

Если движение первого предмета труда по свободной поточной линии описывается уравнением (1), то движение второго и последующих предметов труда ограничено состоянием обработки предыдущих. Первое ограничение заключается в том, что приступить к обработке j-ого предмета труда на m-ой операции возможно только после окончания обработки $(j-1)$-ого предмета труда. В произвольный момент времени t_1 для двух точек $S_{j-1}(t_1)$ и $S_j(t_1)$ траекторий, следующих друг за другом предметов труда (рис.5) справедливо соотношение

$$S_{j-1}(t) = S_j(t) + S_{12}(S_j). \qquad (2)$$

Таблица 1

Параметры технологических операций

Номер операции	1-я	2-я	3-я	4-я	5-я	6-я	7-я	8-я
$\Delta S_{m,\psi}$, руб.	1	5	1	8	1	14	2	9
$\Delta\tau_m$, час	2	1	3	2	9	7	4	2
$S_{m,\psi} = \sum_{k=1}^{m} \Delta S_{k,\psi}$, руб.	1	6	7	15	16	30	32	41
$\tau_m = \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_k$, руб.	2	3	6	8	17	24	28	30
$[\chi]_{1m,\psi} = 1/\Delta\tau_m$, (шт./час)	0,5	1	0,33	0,5	0,11	0,14	0,25	0,5
$[\chi]_{1m_{\Sigma},\psi} = \min\{[\chi]_{1k,\psi},\ k = 1, m\}$,(шт./час)	0,5	0,5	0,33	0,33	0,11	0,11	0,11	0,11
$\mu_{m,\psi} = \Delta S_{m,\psi} / \Delta\tau_m$, (руб./час)	0,5	5	0,33	4	0,11	2	0,5	4,5
Емкость входного накопителя, $N_{m,\psi\ Max}$, шт.	10	3	5	7	8	8	8	8

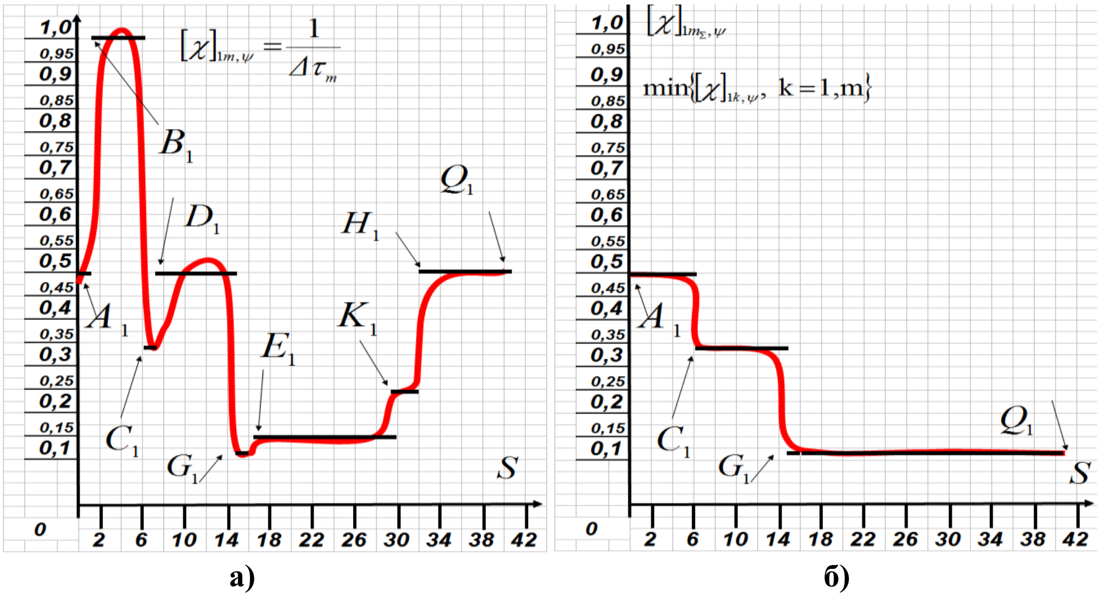

Рис.3. Темп обработки партии: а–нормативный; б–совместной

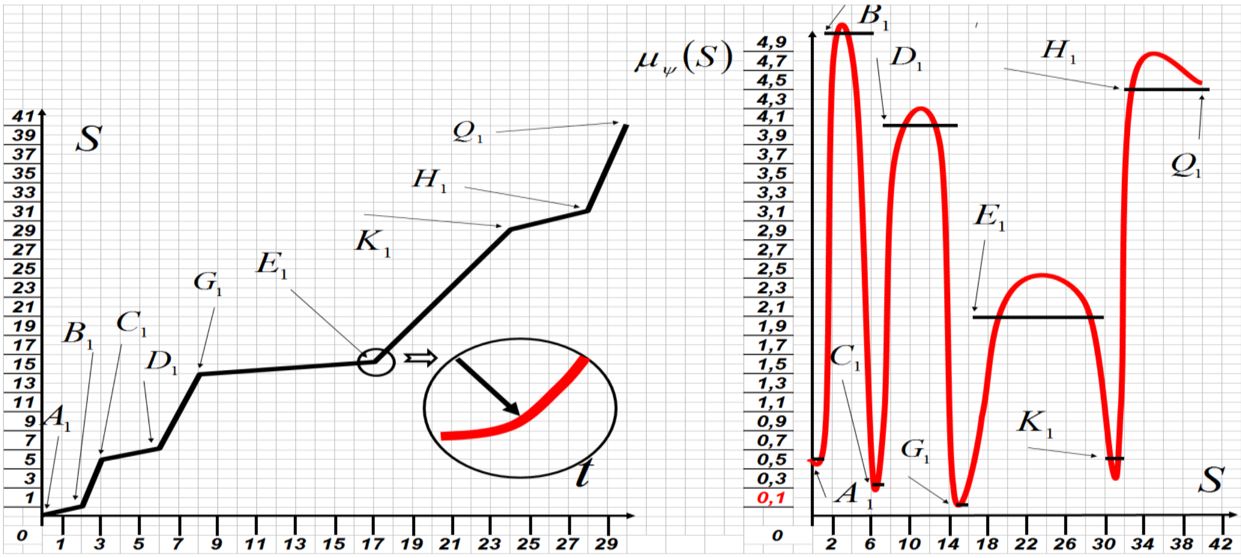

Рис.4. Технологическая траектория первого предмета труда

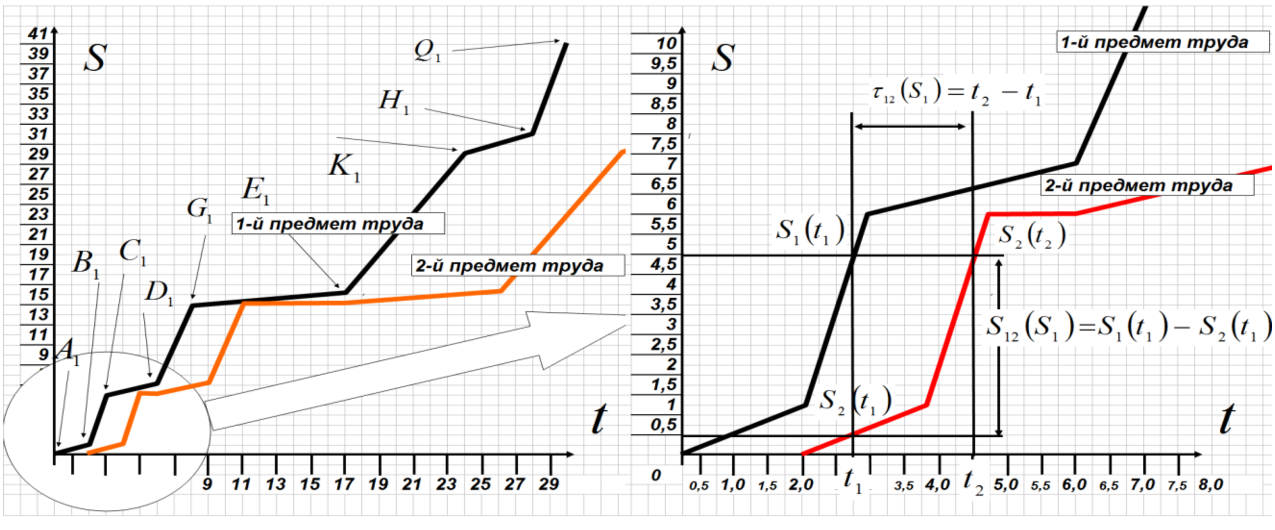

Рис.5. Ограничение на траектории, накладываемые условиями обработки

Аналогично, при $S_{j-1}(t_1)=S_j(t_2)$ для двух точек $S_{j-1}(t_1)$ и $S_j(t_2)$ траекторий, следующих друг за другом предметов труда:

$$t_j = t_{j-1} + t_{12}(S_{j-1}),\ S_{j-1}(t_1)=S_j(t_2) \qquad (3)$$

Первое ограничение можно записать в виде неравенства

$$S_{j-1}(t-\tau_{\psi 12}(S_j)) \ge S_j(t). \qquad (4)$$

Функция $\Delta\tau_m(S_m)$ представлена непрерывной функцией, так что для точки $S = S_m$

$$\tau_{\psi 12}(S_m) = \Delta\tau_m(S_m). \qquad (5)$$

Согласно (2)–(4) траектории $(j-1)$-ого и j-ого предмета труда не могут пересекаться. Второе ограничение заключается в том, что обработка j-ого предмета труда на m-ой операции должна быть закончена позднее, чем начата обработка $(j-N_{m,\psi\ Max})$-ого предмета труда на $(m+1)$-ой операции с емкостью входного накопителя $N_{(m+1),\psi\ Max}$. При начале обработки $(j-N_{m,\psi\ Max})$-ого предмета труда на $(m+1)$-ой операции во входном накопителе емкостью $N_{(m+1),\psi\ Max}$ освобождается место j-ого предмета труда, находящемся в обработке на m-ой операции. Ограничение, связанное с конечной емкостью накопителя, записано в виде неравенства

$$S_{j-N_{m,\psi\ Max}}(t) \ge S_j(t). \qquad (6)$$

Полагаем, что j-ый предмет труда в ожидании окончания обработки $(j-N_{m,\psi\ Max})$-ого предмета труда на $(m+1)$-ой операции находится в m-ом модуле.

Траектория движения j-ого предмета труда в фазовом технологическом пространстве удовлетворяет уравнениям

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \mu_{j_i}} = \frac{\partial L}{\partial S_j},\ \frac{dS_j}{dt} = \mu_j,\ (j=1..N) \qquad (7)$$

$$S_j(t_{0j}) = 0,\ \mu_j(t_{0j}) = \mu_{0j}, \qquad (8)$$

с ограничениями, накладываемыми на технологические траектории, связанными с последовательностью обработки предметов труда и емкостью накопителей:

$$S_{j-1}(t-\tau_{\psi 12}(S_j)) \ge S_j(t),\ S_{j-N_{m,\psi\ Max}}(t) \ge S_j(t). \qquad (9)$$

Функцию Лагранжа L определим как

$$L = J(S_j,\mu_j) + \lambda_1 \cdot \{S_{j-1}(t-\tau_{\psi 12}(S_j)) - S_j(t)\} + \lambda_2 \cdot \{S_{j-N_{m,\psi\ Max}}(t) - S_j(t)\}, \qquad (10)$$

где $J(S_j,\mu_j) = \mu_j^2 + \mu_\psi^2(S_j)$, t_{0j} -время начала обработки j -ого предмета труда.

Предполагаем, что перенос ресурсов на отдельной операции происходит только на один предмет труда. Одновременно невозможно обработать на m-ой операции два предмета труда, последовательно идущих друг за другом. Уравнения движения j -ого предмета труда в фазовом пространстве с учетом (5)-(10) принимают вид:

$$\frac{d\mu_j}{dt} = \mu_\psi(S_j)\frac{\partial \mu_\psi(S_j)}{\partial S} + \lambda_1 \cdot \left\{\mu_{j-1}(t-\tau_{\psi 12}(S_j)) \cdot \frac{d(t-\tau_{\psi 12}(S_j))}{dS_j} - 1\right\} - \lambda_2,$$

$$\frac{dS_j}{dt} = \mu_j, \qquad (11)$$

$$S_j(t_{0j}) = 0,\ \mu_j(t_{0j}) = \mu_{0j},\ (j=1..N) \qquad (12)$$

$$S_{j-1}(t-\tau_{\psi 12}(S_j)) \ge S_j(t),\ \lambda_1 \ge 0,$$

$$\lambda_1 \cdot \{S_{j-1}(t-\tau_{\psi 12}(S_j)) - S_j(t)\} = 0, \qquad (13)$$

$$S_{j-N_{m,\psi\ Max}}(t) \ge S_j(t),$$

$$\lambda_2 \ge 0,\ \lambda_2 \cdot \{S_{j-N_{m,\psi\ Max}}(t) - S_j(t)\} = 0, \qquad (14)$$

$$\lambda_1 \equiv 0 \text{ при } j-1 \le 0 \text{ и}$$

$$\lambda_2 \equiv 0 \text{ при } j - N_{m,\psi\ Max} \le 0. \qquad (15)$$

Из условий Куна-Таккера вытекают условия дополнительной нежесткости, состоящие в том, что множитель Лагранжа λ_k равен нулю, если ограничение выполняется как строгое неравенство, и соответствующий множитель Лагранжа положителен, если ограничение выполняется как равенство. Решение системы уравнений (11)-(15) для партии из пяти предметов труда, движущейся по свободной поточной линии с параметрами оборудования (табл. 1) и начальными условиями

$$S_j(\Delta\tau_1 \cdot (j-1)) = 0,$$

$$\mu_j(\Delta\tau_1 \cdot (j-1)) = \mu_\psi(0),\ (j=1..5) \qquad (16)$$

представлено на рис.6. Траектория движения j-ого предмета труда на участке $[A_j ... g_j]$ определена наличием ограничения (4) $S_{j-1}(t-\tau_{\psi 12}(S_j)) \ge S_j(t)$, что приводит к ожиданию предметов труда перед третьей и пятой операцией (рис.8). После пятой операции движение предметов труда происходит без ограничения. Уравнение, описывающее движение предметов труда после пятой операции имеет вид:

$$\frac{d\mu_j}{dt} = \mu_\psi(S_j)\frac{\partial \mu_\psi(S_j)}{\partial S},\ \frac{dS_j}{dt} = \mu_j. \qquad (17)$$

$$S_j(\tau_5 + \Delta\tau_5 \cdot (j-1)) = S_1(\tau_5) = S_{5,\psi},\ (j=1..5) \qquad (18)$$

Условия (16),(18) определены темпом совместной обработки $[\chi]_{1m_\Sigma,\psi}$ партии предметов труда на участке после пятой операции $[\chi]_{1m,\psi} > [\chi]_{1m_\Sigma,\psi}$, $m > 5$ (рис.3), который определяет временные интервалы выхода предметов труда с пятой и последующих операций (рис.6). Если положить для данной партии предметов труда начальные условия

$$S_j(\Delta\tau_5 \cdot (j-1)) = 0,$$

$$\mu_j(\Delta\tau_5 \cdot (j-1)) = \mu_\psi(0), \ (j = 1..5) \qquad (19)$$

определенные темпом совместной обработки партии $[\chi]_{1m_\Sigma,\psi}$, то ограничения (13),(14) превращаются в строгое равенство с множителями Лагранжа λ_k=0. При этом система уравнений (17),(18), описывающих движение предметов труда по маршруту свободной поточной технологической линии, примет вид

$$\frac{d\mu_j}{dt} = \mu_\psi(S_j)\frac{\partial\mu_\psi(S_j)}{\partial S}, \ \frac{dS_j}{dt} = \mu_j, \qquad (20)$$

Решение системы уравнений (19), (20) представлено на рис.7. Технологические траектории предметов труда сдвинуты вдоль оси времени на величину $\Delta\tau_5$, соответствующей времени обработки предмета труда на 5-й технологической операции. При исходных данных (19) решение системы уравнений (20) соответствует случаю обработка j-ого предмета труда на 5-ой технологической операции без ожидания во входном накопителе.

Следует заметить, что время производственного цикла для случая с начальными условиями (19) и (16), (12) осталось неизменным. Таким образом, начальные условия вида

$$S_j\left(\frac{1}{[\chi]_{1M_\Sigma,\psi}} \cdot (j-1)\right) = 0,$$

$$\mu_j\left(\frac{1}{[\chi]_{1M_\Sigma,\psi}} \cdot (j-1)\right) = \mu_\psi(0), \ (j = 1..N) \qquad (21)$$

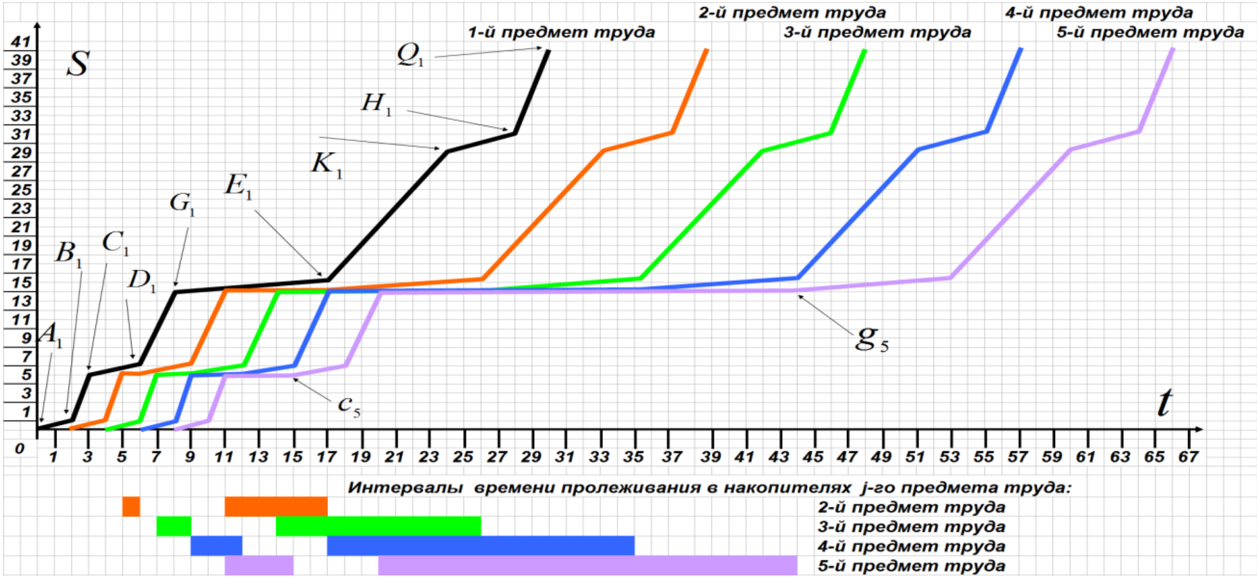

Рис.6. Траектории партии предметов труда с ожидания в накопителе

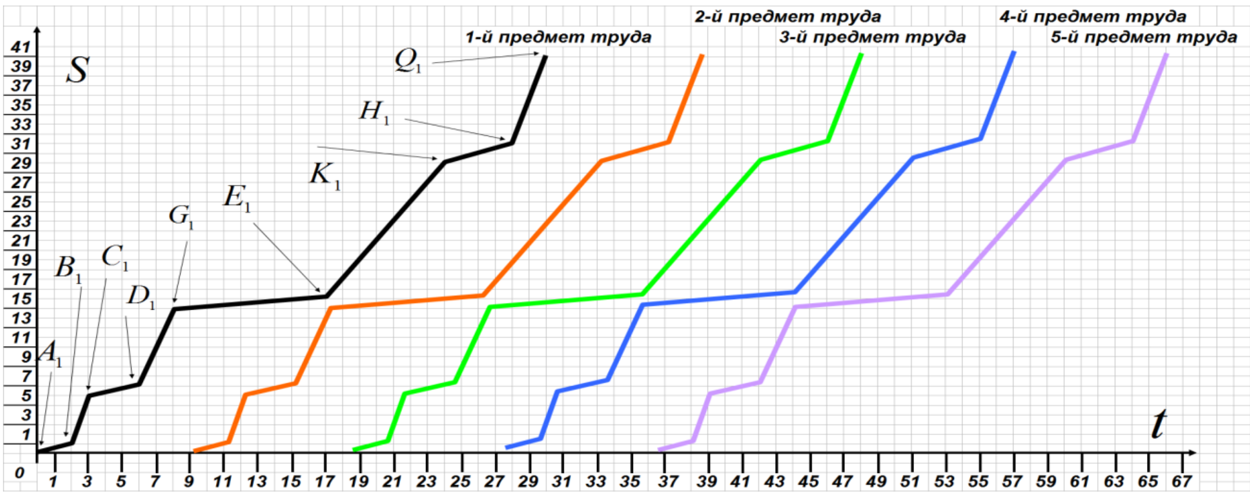

Рис.7. Траектории партии предметов труда без ожидания в накопителе

не влияют на время производственного цикла изготовления партии деталей.

С увеличением времени между запуском в технологическую обработку предметов труда на первой технологической операции до $\left([\chi]_{1M_{\Sigma},\psi}\right)^{-1}$ количество предметов труда в накопителях не возрастает. При $\Delta\tau_1 \to \left([\chi]_{1M_{\Sigma},\psi}\right)^{-1}$ обработка партии предметов труда может быть осуществлена без входных накопителей (рис.7). Запуск предметов труда на первой технологической операции определяется условием (21).

Обработка партии предметов труда на занятой поточной линии

Исследуем движение той же партии деталей (из 5-ти предметов труда) по технологическому маршруту поточной линией, занятой обработкой предыдущей партии изделий. Технологический маршрут состоит из 8-ми операций, каждая из которых характеризуется значениями $\Delta S_{m,\psi}$ и $\Delta\tau_m$ (табл.1). На поточной линии обрабатывается партия из 10-ти предметов труда. Маршрут движения предмета труда состоит из 6-ми операций, каждая из которых характеризуется значениями $\Delta S_{m,\psi}$ и $\Delta\tau_m$ (табл.2). Перед обработкой партии 5-ти предметов труда поточная линия занята обработкой партии из 10-ти предметов труда. Траектории движения последних предметов труда предыдущей партии являются ограничением для траекторий движения предметов труда партии, поступающей на обработку. Уравнения, движение j-ого предмета труда из поступившей на обработку партии имеют вид:

$$\frac{d\mu_j}{dt} = \mu_{\psi}(S_j)\frac{\partial \mu_{\psi}(S_j)}{\partial S} +$$

$$\lambda_1 \cdot \left\{ \mu_{j-1}\left(t-\tau_{\psi 12}(S_j)\right) \cdot \frac{d\left(t-\tau_{\psi 12}(S_j)\right)}{dS_j} - 1 \right\} - \lambda_2$$

$$\frac{dS_j}{dt} = \mu_j,\ S_j(t_{нj}) = 0,\ \mu_j(t_{нj}) = \mu_{нj},\ (j = 1..N),$$

$$S_{j-1}\left(t-\tau_{\psi 12}(S_j)\right) \ge S_j(t),\ \lambda_1 \ge 0,$$

$$\lambda_1 \cdot \left\{ S_{j-1}\left(t-\tau_{\psi 12}(S_j)\right) - S_j(t) \right\} = 0,$$

$$S_{j-N_{m,\psi\ Max}}(t) \ge S_j(t),\ \lambda_2 \ge 0$$

$$\lambda_2 \cdot \left\{ S_{j-N_{m,\psi\ Max}}(t) - S_j(t) \right\} = 0.$$

В рассматриваемом случае при определении траекторий движения предметов труда поступившей в обработку партии, индекс для $S_{j-1}\left(t-\tau_{\psi 12}(S_j)\right)$ и $S_{j-N_{m,\psi\ Max}}(t)$ может быть меньше или равен нулю. Это означает, что траектория движения предмета труда поступившей партии ограничена траекторией движения предметов труда предыдущей партии (рис.8).

Заключение

Построено предметно-технологическое описание производственного процесса, основанное на законах сохранения, характеризующих процесс переноса технологических ресурсов на предмет труда, и пространственно - временной структуре технологического

Таблица 2

Параметры технологических операций

Номер операции	**1-я**	**2-я**	**3-я**	**4-я**	**5-я**	**6-я**
$\Delta S_{m,\psi}$, руб.	3	6	2	8	14	3
$\Delta\tau_m$, час	5	3	6	6	1	8
$S_{m,\psi} = \sum_{k=1}^{m} \Delta S_{k,\psi}$, руб	3	9	11	19	33	36
$\tau_m = \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_k$, час	3	8	14	20	21	29
$[\chi]_{1m,\psi} = 1/\Delta\tau_m$, шт/час	0,2	0,33	0,17	0,17	1	0,12
$[\chi]_{1m_{\Sigma},\psi} = \min\{[\chi]_{1k,\psi},\ k = 1,m\}$, шт/час	0,2	0,2	0,17	0,17	0,17	0,12
$\mu_{m,\psi} = \Delta S_{m,\psi} / \Delta\tau_m, \frac{грн}{час}$	0,6	2	0,33	1,33	14	0,38
Емкость входного накопителя, $N_{m,\psi\ Max}$, шт	5	2	3	4	4	4

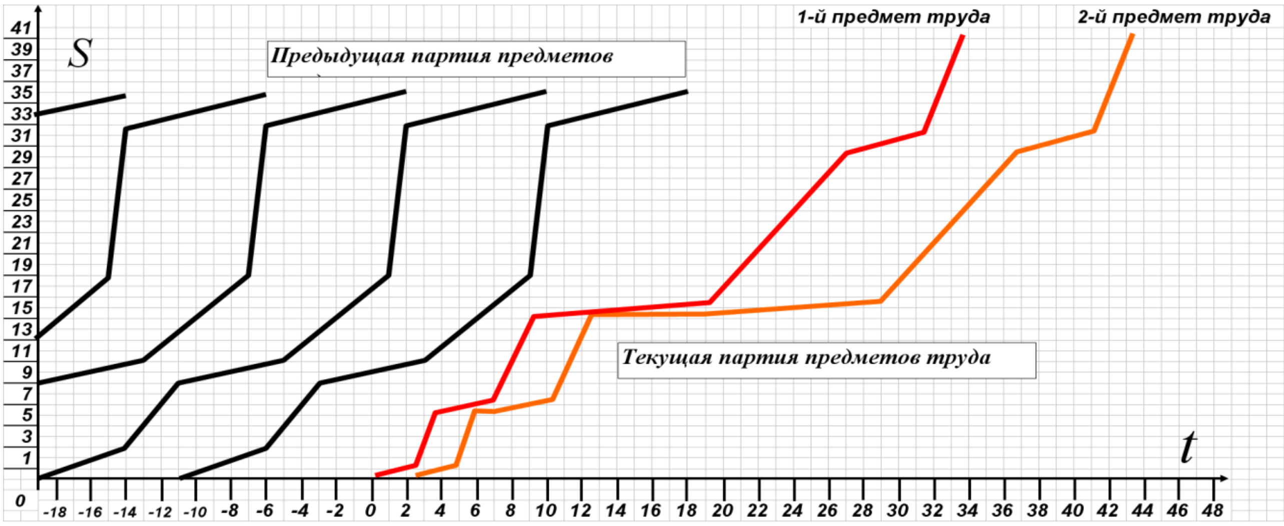

Рис.8. Начальные траектории предметов труда для занятой линии

процесса. Показано, что параметры управляемого производственного процесса являются величинами, поведение которых в общем случае обусловлено процессами переноса технологических ресурсов на предмет труда. Состояние параметров производственного процесса определяется состоянием параметров большого количества предметов труда, находящихся в разной стадии обработки на операциях вдоль технологического маршрута. Для вывода нестационарных уравнений состояния параметров поточной линии, функционирующей в переходных режимах, получено уравнение движения предметов труда.

Выводы

Рассмотрена модель обработки партии изделий на свободной поточной линии. Проанализированы ограничения, которые накладывает на технологические траектории предметов труда технология производства. Получена система уравнений Лагранжа для описания изменения свойств партии предметов труда в фазовом пространстве с учетом ограничений. Определена область значений для начальных условий параметров предметов труда, допускающая аналитическое решение системы уравнений Лагранжа. Показано, что при соблюдении условий непрерывной обработке предметов труда на одной или нескольких технологических операций для промежутка времени, значительно превышающего эффективное время обработки, начальные условия не оказывают влияние на темп выпуска продукции.

Как развитие задачи об обработки партии изделий на свободной поточной линии, рассмотрена задача обработки предметов труда на поточной линии, занятой обработкой предыдущей партии. Получена система уравнений Лагранжа для описания движения партии предметов труда в фазовом пространстве с учетом наложенных ограничений. Аналогично, как и для задачи об обработке партии изделий на свободной поточной линии, показано, что для промежутка времени, значительно превышающего эффективное время обработки, начальные условия не оказывают влияние на темп выпуска продукции при условии непрерывной работы технологических модулей для каждой технологической операции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лысенко Ю. Г. Моделирование технологической гибкости производственно-экономических систем / Ю.Г.Лысенко, Н.В.Румянцев. – Донецк: ДНУ, 2007. – 238 с.
2. Митрофанов С. П. Технологическая подготовка гибких производственных систем / С. П. Митрофанов, Д. Д. Куликов.– Л.: Машиностроение, 1987. – 352 с.
3. Копп В. Я. Моделирование автоматизированных производственных систем / В.Я. Копп. – Севастополь : СевНТУ, 2012. – 700 с.
4. Лотов А. В. Введение в экономико-математическое моделирование/ А. В. Лотов. – М.: Наука. Главная редакция физ-мат. литературы, 1984.– 392 с.
5. Scholz-Reiter B. Modelling and Control of Production Systems Based on Nonlinear Dynamics Theory / B. Scholz // Annals of the CIRP. – New York: Reiter. – 2002. –№1. – P. 375 – 378.
6. Пигнастый О. М. Статистическая теория производственных систем / О. М Пигнастый. – Харків: ХНУ, 2007. – 388 с.
7. Hopp W.J. Factory Physics: Foundations of Manufacturing Management. / W. J. Hopp, M.L. Spearman. – Boston: Irwin. McGraw-Hill, 2001. – P. 698.
8. Бусленко Н. П. Математическое моделирование производственных процессов / Н. П. Бусленко. – М.:Наука, 1964. – 363 с.
9. Katzorke K. Chaos and complexity in simple models of production dynamics / K.Katzorke, A.Pikovskyb // Discrete Dynamics in Nature and Society. –№5.–2000.– P.179– 187. 445
10. Riano G. Transient behavior of stochastic networks: Application to production planning withload-dependent lead times / G.Riano // – Atlanta, 2003. – 556 p.
11. Schmitz J. P. Chaos in Discrete Production Systems. / J. P.Schmitz, J.E.Rooda // – Journal of Manufacturing Systems. – 2002. –V.21. –№3. – P. 236 – 246.

12. Пигнастый О. М. Расчет производственного цикла с применением статистической теории производственно-технических систем / О. М. Пигнастый, В. Д. Ходусов // Доповіді Національної академії наук України. – Киев: Видавничий дім "Академперіодика". – 2009. – №12. – С. 38 – 44.
13. Дудорин В. И. Математические методы в планировании машиностроительного производства / В. И. Дудорин. – М.: Машгиз, 1963. – 215 с.
14. Данилевский В. В. Технология машиностроения / В. В. Данилевский. – М.: Высшая. школа, 1984. – 416 с.
15. Бессонов В. А. Темповые производственные зависимости с ограниченным эффективным множеством / В. А. Бессонов, И. П. Иванилов // ДАН СССР. – 1989. – Том 309, №5. – С. 1033 – 1036.
16. Бигель Дж. Управление производством / Дж. Бигель. – М.: Мир, 1973. – 420 с.
17. Бир С. Кибернетика и управление производством / С. Бир. –М.: Изд-во Физ.-мат. литературы, 1963. – 276 с.
18. Бабук В.В. Проектирование технологических процессов механической обработ-ки в машиностроении / В. В. Бабук, В. А. Шкред. – Минск: Выш. шк., 1987. – 255 с.
19. Балашевич В. А. Математические методы в управлении производством / В. А. Балашевич. – Минск: Выш. шк., 1976. – 334 с.
20. Pihnastyi O.M. Distinctive numbers of production systems functioning description / O.M.Pignasty // Problems of Atomic science and technology. - Kharkov: KIPT. - 2007. - №3 - P. 322-325.
21. Lefeber E. Modeling, Validation and Control of Manufacturing Systems / E.Lefeber, R.A.Berg, J.E. Rooda // – Proceeding of the 2004 American Control Conference. –Massa- chusetts. – 2004. – P. 4583 – 4588.
22. Пигнастый О. М. О построении целевой функции производственной системы / О. М. Пигнастый // Доповіді Національної академії наук України. – Київ: Видавничий дім "Академперіодика". – 2007. – №5. – С. 50 – 55.
23. Демуцкий В. П. Целевая функция производственной системы с массовым выпуском продукции. /В.П.Демуцкий, О.М.Пигнастый, В.Д.Ходусов // Вісник Харківського національного університету. – Харків: ХНУ. – 2006. – N746. – С. 95 – 103.
24. Демуцкий В. П. Стохастическое описание экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции / В. П. Демуцкий, В. С. Пигнастая, О. М. Пигнастый // Доповіді Національної академії наук України. – Київ: Видавничий дім "Академперіодика". – 2005. – N7. – С. 66 – 71.
25. Раскин Л.Г. Прогнозирование технического состояния систем управления / Ю.Т.Костенко, Л.Г.Раскин. Х.: Основа, 1999, 303 с.

MODEL MANUFACTURING PROCESS OF GROUP THE OBJECTS OF LABOR

O.M.Pihnastyi[1], V.D.Khodusov[2]
[1]National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv
[2]V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv

Abtract. The article discusses the construction of a model of industrial production line with the constraints on the technological trajectory of objects of labor. Showed the influence on the trajectory of the object of labor, which is related to the limited maximum capacity operating storage. Analyzed constraint that is associated with the serial order of processing of objects of labor. Built equation for the trajectory of the regulatory process, taking into account constraints on the trajectory of the objects of labor, which can be used for closing the balance equations PDE-models of industrial production lines.
Keywords: Euler's equation, the production line, mass production, work in progress, the Lagrange formalism, technological trajectory, production line, PDE model

REFERENCES

1. Lysenko Yu.G. *Modelirovanie tekhnologicheskoy gibkosti proizvodstvenno-ekonomicheskikh sistem* / Yu.G.Lysenko, N.V.Rumyantsev. – Donetsk: DNU, 2007. – 238 s.
2. Mitrofanov S. P. Tekhnologicheskaya podgotovka gibkikh proizvodstvennykh sistem / S. P. Mitrofanov, D. D. Kulikov.– L.: Mashinostroenie, 1987. – 352 s.
3. Kopp V. Ya. *Modelirovanie avtomatizirovannykh proizvodstvennykh sistem* / V.Ya. Kopp. – Sevastopol' : SevNTU, 2012. – 700 s.
4. Lotov A. V. *Vvedenie v ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie*/ A. V. Lotov. – M.: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiz-mat. literatury, 1984.– 392 s.
5. Scholz-Reiter B. Modelling and Control of Production Systems Based on Nonlinear Dynamics Theory / B. Scholz // *Annals of the CIRP*. – New York: Reiter. – 2002. –№1. – P. 375 – 378.
6. Pihnastyi O. M. *Statisticheskaya teoriya proizvodstvennykh sistem* / O.M Pihnastyi. – Kharkiv: KhNU, 2007. – 388 s.
7. Hopp W.J. Factory Physics: Foundations of Manufacturing Management. / W. J. Hopp, M.L. Spearman. – Boston: Irwin. McGraw-Hill, 2001. – P. 698.
8. Buslenko N. P. *Matematicheskoe modelirovanie proizvodstvennykh protsessov* / N. P. Buslenko. – M.:Nauka, 1964. – 363 s.
9. Katzorke K. Chaos and complexity in simple models of production dynamics / K.Katzorke, A.Pikovskyb // *Discrete Dynamics in Nature and Society*. –№5.–2000.– P.179– 187. 445

10. Riano G. *Transient behavior of stochastic networks: Application to production planning withload-dependent lead times* / G.Riano // – Atlanta, 2003. – 556 p.
11. Schmitz J. P. Chaos in Discrete Production Systems. / J. P.Schmitz, J.E.Rooda // – *Journal of Manufacturing Systems*. – 2002. –V.21. –№3. – P. 236 – 246.
12. Pihnastyi O. M. Raschet proizvodstvennogo tsikla s primeneniem statisticheskoy teorii proizvodstvenno-tekhnicheskikh sistem / O. M. Pihnastyi, V. D. Khodusov // *Dopovidi Natsional'noï akademiï nauk Ukraïni*. – Kiev: Vidavnichiy dim "Akademperiodika". – 2009. – №12. – S. 38 – 44.
13. Dudorin V. I. *Matematicheskie metody v planirovanii mashinostroitel'nogo proizvodstva* / V. I. Dudorin. – M.: Mashgiz, 1963. – 215 s.
14. Danilevskiy V. V. *Tekhnologiya mashinostroeniya* / V. V. Danilevskiy. – M.: Vysshaya. shkola, 1984. – 416 s.
15. Bessonov V. A. Tempovye proizvodstvennye zavisimosti s ogranichennym effektivnym mnozhestvom / V. A. Bessonov, I. P. Ivanilov // *DAN SSSR*. – 1989. – Tom 309, №5. – S. 1033 – 1036.
16. Bigel' Dzh. *Upravlenie proizvodstvom* / Dzh. Bigel'. – M.: Mir, 1973. – 420 s.
17. Bir S. Kibernetika i upravlenie proizvodstvom / S. Bir. – M.: Izd-vo Fiz.-mat. literatury, 1963. – 276 s.
18. Babuk V.V. *Proektirovanie tekhnologicheskikh protsessov mekhanicheskoy obrabot-ki v mashinostroenii* / V. V. Babuk, V. A. Shkred. – Minsk: Vysh. shk., 1987. – 255 s.
19. Balashevich V. A. Matematicheskie metody v upravlenii proizvodstvom / V. A. Balashevich. – Minsk: Vysh. shk., 1976. – 334 s.
20. Pihnastyi O.M. Distinctive numbers of production systems functioning description / O.M.Pignasty // *Problems of Atomic science and technology*. - Kharkov: KIPT. - 2007. - №3 - P. 322-325.
21. Lefeber E. Modeling, Validation and Control of Manufacturing Systems / E.Lefeber, R.A.Berg, J.E. Rooda // – *Proceeding of the 2004 American Control Conference*. –Massa- chusetts. – 2004. – P. 4583 – 4588.
22. Pihnastyi O.M. O postroenii tselevoy funktsii proizvodstvennoy sistemy / O. M. Pihnastyi // *Dopovidi Natsional'noï akademiï nauk Ukraïni*. – Kiïv: Vidavnichiy dim "Akademperiodika". – 2007. – №5. – S. 50 – 55.
23. Demutskiy V. P. Tselevaya funktsiya proizvodstvennoy sistemy s massovym vypuskom produktsii. /V.P.Demutskiy, O.M. Pihnastyi , V.D.Khodusov // *Visnik Kharkivs'kogo natsional'nogo universitetu*. – Kharkiv: KhNU. – 2006. – N746. – S. 95 – 103.
24. Demutskiy V. P. Stokhasticheskoe opisanie ekonomiko-proizvodstvennykh sistem s massovym vypuskom produktsii / V. P. Demutskiy, V. S. Pihnastyi , O. M. Pihnastyi // *Dopovidi Natsional'noï akademiï наук України*. – Київ: Видавничий дім "Академперіодика". – 2005. – N7. – C. 66 – 71.
25. Raskin L.G. *Prognozirovanie tekhnicheskogo sostoyaniya sistem upravleniya* / Yu.T.Kostenko, L.G.Raskin. Kh.: Osnova, 1999, 303 s.