

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
"ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ"**

**С. В. Юшко
И. В. Лысикова**

**ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ ДИФУЗНЫХ
ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Харьков 2004

ББК 31.26
Ю
УДК 621.56

Рецензенты: Ю.А. Сизый, доктор техн. наук, профессор кафедры, технологий машиностроений, НТУ «ХПИ»;
А. И. Осецкий, доктор физ.–мат. наук, профессор, ЗАО «Институт криогенных технологий».

Авторы: Юшко С.В., Лысикова И.В.

Ю Теплообмен излучением диффузных поверхностей: Учебно-методическое пособие/ Юшко С.В., Лысикова И.В. - Харьков: НТУ «ХПИ», 2004. – с. - Русск. яз.

В учебном пособии содержатся справочные данные по теплофизическим, механическим, электрическим и магнитным свойствам технических материалов. Кратко изложены свойства криогенных сред. В приложении приведены графические зависимости криогенных веществ в широком диапазоне температур и давлений.

Для студентов 8.090507 «Криогенная техника и технология». Может быть полезно студентам других специальностей.

У навчальному посібнику наведені довідкові дані з теплофізичних, електричних та магнітних властивостей технічних матеріалів. Коротко описані властивості криогенних середовищ. У додатку наведені графічні дані криогенних речовин у широкому діапазоні температур і тиску.

Для студентів 8.090507 «Криогенна техніка и технологія». Може бути корисним для студентів різних спеціальностей.

Ил. 62. Табл. 21. Библиогр.20.

ББК 31.26

© Юшко С.В.,
Лысикова И.В.

1 ВВЕДЕНИЕ

Тепловое излучение в сравнении с другими способами переноса теплоты (теплопроводностью и конвекцией) имеет несколько особенностей. Прежде всего, такой отличительной особенностью является не обязательное наличие среды для обмена энергией излучения между телами. Энергия излучения беспрепятственно распространяется через вакуум, в то время как для переноса энергии конвекцией или теплопроводностью обязательно присутствие физической среды. Если среда отсутствует, то излучение становится единственно возможным способом переноса тепла.

Второй особенностью является вид зависимости энергии излучения от температуры. В случае теплопроводности и конвекции величина потока тепловой энергии между двумя телами зависит от разности температур этих тел приблизительно в первой степени, а перенос энергии тепловым излучением зависит от разности абсолютных температур тел, каждая из которых возведена примерно в четвертую или пятую степень.

Из этих основных различий следует, что значение излучения повышается при возрастании уровня абсолютных температур, а также при отсутствии среды (вакуум) между телами. Таким образом, излучение чаще всего должно учитываться при оценке тепловых эффектов в таких устройствах, как камеры сгорания, вакуумные лампы, вакуумная теплоизоляция и т.п. Но и при невысоких температурах и отсутствии вакуумированных полостей пренебрежение передачей тепла излучением может привести к погрешностям в расчетах до 10%. Примером этого являются заморозки на поверхности почвы, дискомфортные ощущения человека в комнате, в которой имеются холодные поверхности (незакрытые шторами окна).

Радиационный способ теплопередачи характеризуется энергией, передаваемой в форме электромагнитных волн – электромагнитных возмущений, исходящих от поверхности излучающего тела и распространяющихся в вакууме со скоростью света.

Для объяснения поведения излучения используются как волновая, так и корпускулярная теория. Согласно волновой теории, излучение можно представить электромагнитными колебаниями с длиной волны λ и частотой ν . Согласно корпускулярной теории, энергия излучения испускается и поглощается дискретными порциями - квантами или фотонами. Испускаемый фотон - частица материи, обладающая энергией, количеством движения и электромагнитной массой. Таким образом, излучение имеет двойственный характер, так как обладает свойствами непрерывности поля электромагнитных волн и свойствами дискретности, типичными для фотонов. Синтезом обоих свойств является представление, согласно которому энергия и импульсы сосредотачиваются в фотонах, а вероятность нахождения фотонов в пространстве – в волнах.

1 СПЕКТР ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Все виды электромагнитного излучения имеют одинаковую природу и различаются лишь длиной волны (табл.1.1).

Таблица 1.1 - Классификация электромагнитного излучения в зависимости от длины волны.

вид излучения	длина волны, мкм	вид излучения	длина волны, мкм
Космическое	$< 10^{-7}$	Видимое	$0,4 \div 0,8$
γ -излучение	$10^{-8} \div 10^{-4}$	Инфракрасное	$0,8 \div 10^3$
Рентгеновское	$10^{-5} \div 10^{-2}$	Радиоволны	$> 10^2$
Ультрафиолетовое	$10^{-5} \div 0,4$		

Количественное различие в длине электромагнитных волн приводит к различной степени отчетливости проявления физических явлений. Так, квантовые свойства наиболее отчетливо проявляются в коротковолновом излучении. Наоборот, волновые свойства более отчетливо наблюдаются в длинноволновом излучении.

Известно, что большинство веществ для коротковолнового ($\lambda < 0,1$ мкм) и длинноволнового ($\lambda > 1000$ мкм) излучения является прозрачным. Энергия такого излучения не может преобразовываться во внутреннюю энергию в телах. Таким образом, только излучение, испускаемое с поверхности тела и определяемое ее температурой, поглощаемое другим телом, вносит вклад в передачу тепловой энергии. Его называют тепловым излучением. Сосредоточено оно между длинами волн $0,1$ мкм и 1000 мкм.

Глаз человека способен воспринимать электромагнитное излучение в диапазоне между длинами волн приблизительно $0,4$ мкм и $0,8$ мкм.

Излучение этого диапазона называется видимым излучением. Видимая часть спектра составляет очень малую часть всего спектра и полностью лежит внутри области теплового излучения.

Большинство твердых и жидких тел имеет сплошной спектр излучения. Это диэлектрики и полупроводники, металлы с окисленной и шероховатой поверхностью. Металлы с полированной поверхностью, газы и пары характеризуются селективным спектром излучения. Твердые и жидкие тела имеют значительную поглощательную и излучательную способности. Поэтому в процессах лучистого теплообмена участвуют лишь тонкие поверхностные слои: $\sim 10^{-3}$ м для непроводников и $\sim 10^{-6}$ м для проводников. В этих случаях тепловое излучение рассматривают как поверхностное явление. Полупрозрачные тела (стекло, кварц, газы, пары) характеризуются объемным характером излучения.

Контрольные вопросы и задачи.

1. Какие виды электромагнитного излучения объединены названием тепловое излучение? Чем это объясняется?
2. Что такое сплошной и селективный спектр излучения? Какие тела (вещества) имеют сплошной и какие селективный спектры излучения?
3. Почему излучение является поверхностным явлением?

2 ЛУЧИСТЫЕ ПОТОКИ. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Тело может иметь непрерывный или селективный спектр излучения, т.е. излучать энергию на всех частотах (со всеми длинами волн) или только на некоторых. Направление распространения электромагнитных волн излучения (или фотонов, если пользоваться корпускулярной моделью излучения) в пространстве может быть равновероятным, но может иметь и произвольное распределение.

Величины, характеризующие излучение определенной длины волны, называются спектральными или монохроматическими, а осредненные по длинам волн, называются интегральными. Величины, характеризующие определенное направление, называются направленными, а осредненные по направлениям, называются полусферическими.

Интегральным или полным потоком излучения называется энергия суммарного излучения с поверхности тела в полусферу по всем длинам волн спектра в единицу времени (Q , Вт).

Потоком монохроматического или спектрального излучения называется энергия излучения, испускаемая произвольной поверхностью в единицу времени по всевозможным направлениям полусферы в узком интервале длин волн от λ до $\lambda+d\lambda$ (Q_λ , Вт/м):

$$Q_\lambda = \frac{dQ}{d\lambda} \quad (2.1)$$

Плотностью потока интегрального излучения называется интегральный поток, испускаемый с единицы поверхности (E , Вт/м²):

$$E = \frac{dQ}{dF} \quad (2.2)$$

Спектральной плотностью потока излучения называется отношение плотности лучистого потока, испускаемого в бесконечно малом интервале длин волн, к величине этого интервала или спектральный поток с единицы поверхности:

$$E_\lambda = \frac{dE}{d\lambda} = \frac{dQ_\lambda}{dF} \quad (2.3)$$

Прежде тем как установить соотношение между направленными и интегральными свойствами, следует рассмотреть две величины. Телесный угол является мерой угла в стереометрии, под которым площадка dA видна из точки O – вершины этого угла (рис.2.1). Телесный угол – это отношение нормальной проекции площадки dA к квадрату расстояния между вершиной угла и этой площадкой:

$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2} = \frac{dA \cos \theta}{r^2} \quad (2.4)$$

Телесный угол измеряется в стерадианах. В сферической системе координат элементарный телесный угол определяется следующим образом (рис.2.2):

$$d\omega = \frac{rd\theta \times r\sin\theta d\varphi}{r^2} = \sin\theta d\theta d\varphi \quad (2.5)$$

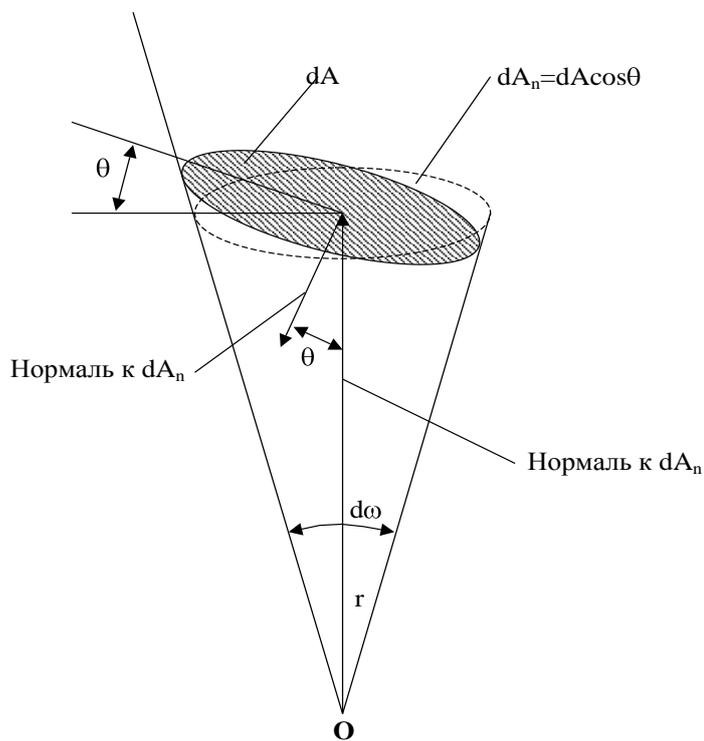


Рис.2.1 - К определению телесного угла.

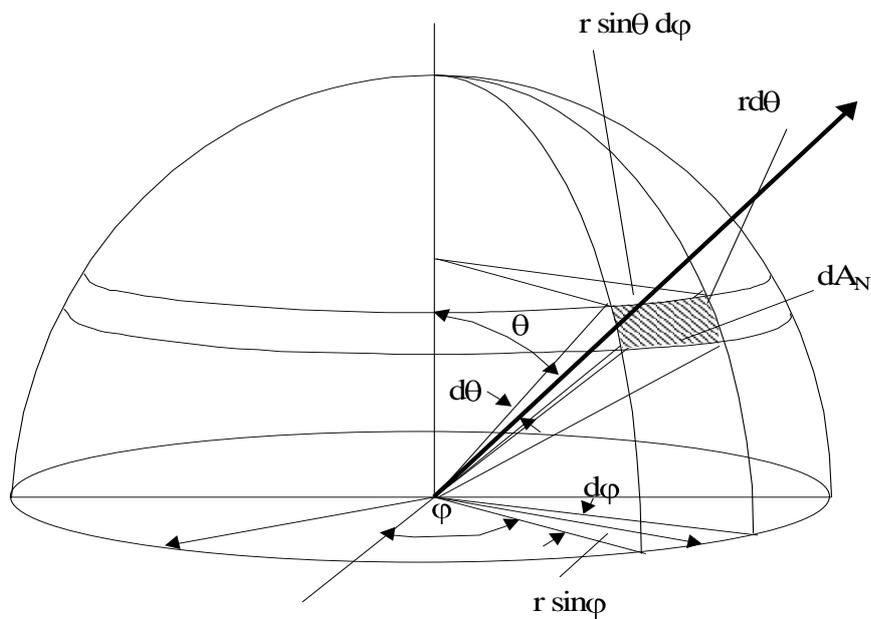


Рис.2.2 - К определению телесного угла, стягиваемого сферой.

Согласно (2.5) в сферическом угле будет содержаться стерадиан:

$$\omega = \int_{\text{сфера}} d\omega = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta d\theta d\varphi = 4\pi \quad (2.6)$$

Соответственно в полусфере будет содержаться 2π стерадиан.

Интенсивность (яркость) излучения – это энергия излучения, испускаемой в направлении угла θ , в единицу времени, в единицу телесного угла единицей площади поверхности, перпендикулярной направлению излучения(рис.2.3):

$$I(\theta, \varphi) = \frac{d^2Q}{dF_n d\omega} = \frac{d^2Q}{dF \cos\theta d\omega} = \frac{dE}{\cos\theta d\omega} \quad (2.7)$$

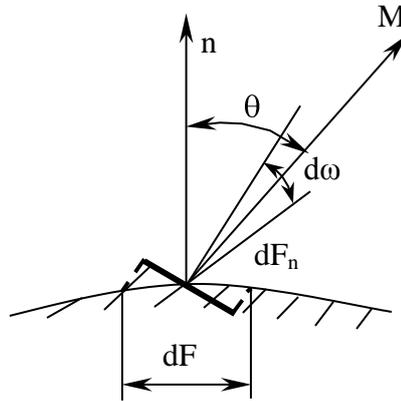


Рис.2.3 - К определению интенсивности излучения.

Спектральная интенсивность определяется как

$$I_\lambda(\theta, \varphi) = \frac{d^2Q_\lambda}{dF_n d\omega} = \frac{d^2Q_\lambda}{dF \cos\theta d\omega} = \frac{dE_\lambda}{\cos\theta d\omega} \quad (2.8)$$

Если известно распределение интенсивности, то интегрированием уравнений (2.7) и (2.8) по полусфере с учетом (2.5) можно определить интегральную и спектральную плотности потока излучения:

$$E = \int_{\text{полусфера}} I(\theta, \varphi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (2.9)$$

$$E_{\lambda} = \int_{\text{полусфера}} I_{\lambda}(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (2.10)$$

Направленная (угловая) интегральная плотность излучения – это энергия излучения, испускаемая в направлении угла θ , в единицу времени в единицу телесного угла единицей элементарной площадки:

$$E(\theta, \varphi) = \frac{d^2 Q}{dF d\omega} = I(\theta, \varphi) \cos \theta. \quad (2.11)$$

Направленная спектральная сила излучения определяется как

$$E_{\lambda}(\theta, \varphi) = \frac{d^2 Q_{\lambda}}{dF d\omega} = I_{\lambda}(\theta, \varphi) \cos \theta. \quad (2.12)$$

Простейший вид распределения интенсивности по углам – постоянная интенсивность ($I(\theta, \varphi) = const$). Поверхность, которая излучает с постоянной интенсивностью по всем углам, называется диффузной. Угловая плотность излучения для диффузной поверхности определяется зависимостью:

$$E(\theta, \varphi) = I \cos \theta, \quad (2.13)$$

которая носит название закона косинусов Ламберта. Интегральная плотность потока излучения диффузной поверхности будет равна:

$$E = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi = \pi I, \quad (2.14)$$

а интегральная поверхностная плотность потока излучения в ограниченном телесном угле:

$$E = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} I \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi = \frac{I}{2} (\varphi_2 - \varphi_1) \cdot (\sin^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_1). \quad (2.15)$$

Все выше перечисленные характеристики определяют изучение тела, которое называется собственным излучением.

Обычно тело участвует в лучистом теплообмене с другими телами. Энергия излучения других тел, попадая на поверхность данного тела

извне, частично поглощается, частично отражается, а часть её проходит сквозь тело. Количество лучистой энергии, падающей на поверхность в единицу времени – это падающий поток излучения ($Q_{\text{пад.}}$). Количество лучистой энергии, поглощаемой, отражаемой, пропускаемой поверхностью в единицу времени называется, соответственно, поглощенным, отраженным, пропущенным потоками ($Q_{\text{погл.}}$, $Q_{\text{отр.}}$, $Q_{\text{проп.}}$). При поглощении лучистой энергии происходит ее преобразование во внутреннюю.

Сумма потоков собственного и отраженного излучения, то есть излучение, которое уходит от поверхности, называется потоком эффективного излучения. Необходимость введения такой величины вызвана невозможностью отдельно измерить величины этих потоков при экспериментальном определении.

Совместные процессы испускания, поглощения, отражения и пропускания энергии излучения в системах различных тел называются лучистым теплообменом. Лучистый теплообмен между телами определяется потоком результирующего излучения, который есть разность между лучистым потоком, получаемым данным телом, и лучистым потоком, который оно посылает в окружающую среду. В соответствии с определением

$$Q_{\text{рез.}} = Q_{\text{погл.}} - Q. \quad (2.16)$$

Если рассматривать непрозрачные тела ($Q_{\text{проп.}} = 0$):

$$Q_{\text{рез.}} = (Q_{\text{погл.}} + Q_{\text{отр.}}) - (Q + Q_{\text{отр.}}) = Q_{\text{пад.}} - Q_{\text{эф.}} \quad (2.17)$$

Результирующий поток излучения может быть величиной положительной, отрицательной и равной нулю (при равновесном излучении).

Контрольные вопросы и задачи.

1. В чем отличие между спектральными и интегральными характеристиками излучения?
2. Доказать, что телесный полусферический угол содержит 2π стерадиан.
3. Определить направленную и полусферическую интегральные плотности излучения для поверхностей, интенсивность излучения которой:
 - а) $I = I_0 \cos \theta$; б) $I = I_0 \sin \theta$; в) $I = I_0 (2 \cos \theta - \sin 2\theta)$.

4. Для какой поверхности справедлив закон косинусов Ламберта. Как зависит интенсивность излучения этой поверхности от углов φ и θ ?
5. Что такое эффективное излучение? Чем вызвана необходимость введения этой величины?
6. Определить понятия падающего, поглощенного, отраженного, пропущенного, собственного, результирующего излучений. Какими соотношениями связаны между собой эти потоки излучения?

3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ АБСОЛЮТНО ЧЕРНОГО ТЕЛА.

Законы излучения

Абсолютно черным телом называется идеальное тело, которое пропускает внутрь себя все падающее излучение (не отражая энергии) и поглощает внутри себя все это излучение (не пропуская энергии). Это свойство справедливо для излучения, соответствующего всем длинам волн и всем углам падения. Следовательно, абсолютно черное тело является идеальным поглотителем.

Свойства абсолютно черного тела:

1. Идеальный излучатель, то есть абсолютно черное тело испускает максимально возможное количество излучения.
2. Идеальный излучатель в любом направлении.
3. Идеальный излучатель для любой длины волны.
4. Суммарная энергия излучения является функцией только температуры тела.

Для доказательства первого свойства рассмотрим абсолютно черное тело, помещенное внутри замкнутой изолированной полости с абсолютно черными поверхностями. Через некоторое время в системе установятся равновесные температуры. Температура тела постоянна, а значит количество поглощенной и излученной энергии одинаково. Так как абсолютно черное тело, по определению, поглощает максимально возможное количество энергии, то и излучать будет максимально возможное количество энергии.

3.1 Законы излучения абсолютно черного тела

В 1879 г. Иосиф Стефан на основе экспериментальных данных, а в 1884 г. Людвиг Эдвард Больцман теоретическим путем независимо друг от друга пришли к выводу, что поверхностная плотность потока излучения абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры.

В 1891 г. Вильгельм Вин нашел, что спектральная поверхностная плотность потока излучения абсолютно черного тела при «соответствующих длинах волн» пропорциональна пятой степени температуры. Он также вывел спектральное распределение интенсивности излучения.

Лорд Рэлей в 1900 г. и Джеймс Джинс в 1905 г. получили другой вид зависимости спектральной интенсивности.

Экспериментальные результаты и некоторые теоретические исследования выявили несправедливость спектрального распределения интенсивности для высоких температур и (или) больших длин волн.

В поисках решения этой проблемы Макс Планк получил уравнение, которое хорошо согласовалось с результатами всех экспериментов, но противоречило классическим физическим представлениям, приверженцем которых он являлся. В поисках изменения теории, которые позволили бы вывести это уравнение, Планк пришел к предположениям, составляющим основу квантовой теории.

3.1.1 Закон Планка

Плотность потока монохроматического, или спектрального, излучения длиной волны λ , испускаемая черным телом с температурой T в вакуум, равна:

$$E_{o\lambda}(T) = \frac{2\pi C_1}{\lambda^5 (e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1)} \quad (3.1)$$

где: $C_1=hc_0^2=5,954 \cdot 10^{-17}$ Вт·м²– первая константа излучения; $C_2=hc_0/k=0,01439$ м·к – вторая константа излучения; $h=6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с– постоянная Планка; $c_0=2,998 \cdot 10^8$ м/с– скорость света в вакууме; $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Эта зависимость известна как закон Планка. График зависимости монохроматической плотности потока излучения от длины волны (закон излучения черного тела) представлен на рис. 3.1.

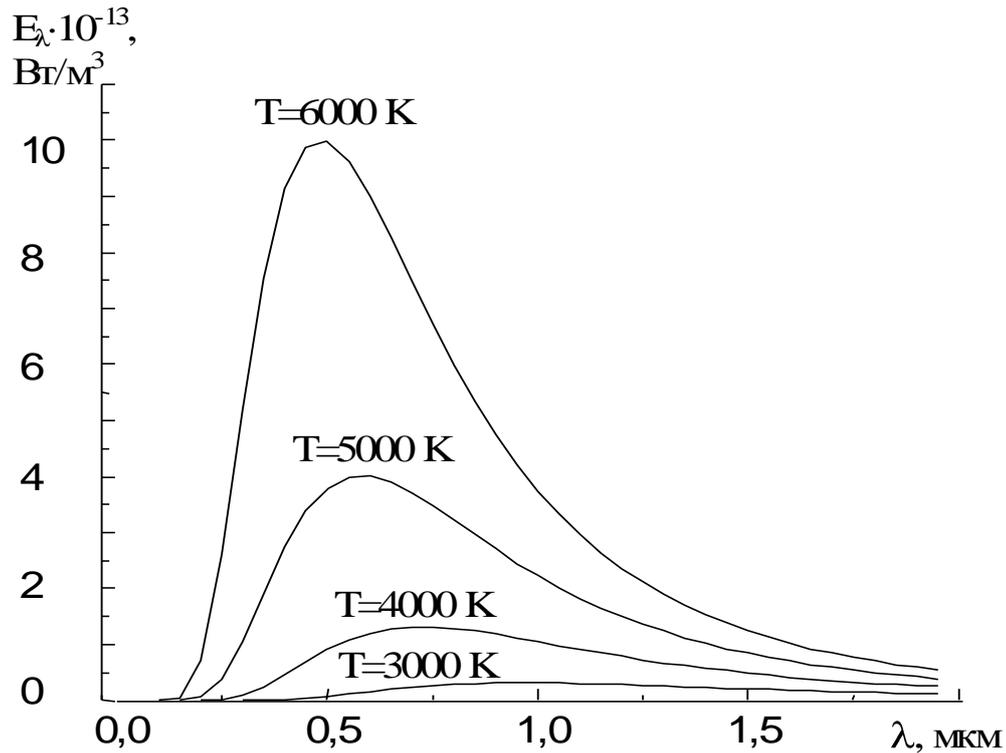


Рис.3.1 - Спектральное распределение полусферической поверхностной плотности потока излучения абсолютно черного тела.

3.1.2 Законы Рэля-Джинса и Вина

Как отмечалось ранее, до опубликования работы Планка в 1901 г. Рэлей, Джинс и Вин получили свои зависимости для спектральной плотности потока излучения, которые, однако, не всегда согласовались с

результатами измерений. Оказывается, эти зависимости являются следствием закона Планка.

В случае, когда $\lambda T \gg C_2$ ($\kappa T \gg h\nu$), экспоненциальную функцию в (3.1) можно разложить в ряд Тейлора:

$$e^{\frac{C_2}{\lambda T}} = 1 + \frac{1}{1!} \left(\frac{C_2}{\lambda T} \right) + \frac{1}{2!} \left(\frac{C_2}{\lambda T} \right)^2 + \dots \quad (3.2)$$

Ограничившись первыми двумя слагаемыми вместо (3.1), получим соотношение, выражающее закон Рэлея-Джинса:

$$E_{o\lambda} = \frac{2\pi C_1 T}{C_2 \lambda^4} \quad (3.2)$$

Эта формула дает погрешность в пределах 1% при значениях $\lambda T > 0,8$ м·к, которые находятся за пределами диапазона, обычно рассматриваемого в задачах теплового излучения.

Второй предельный случай соответствует значениям $\lambda T \ll C_2$ ($\kappa T \ll h\nu$). Тогда в зависимости (3.1) можно пренебречь единицей. В результате получим закон Вина:

$$E_{o\lambda} = \frac{2\pi C_1}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{C_2}{\lambda T}} \quad (3.4)$$

При $\lambda T < 3 \cdot 10^{-3}$ м·к формула дает погрешность в пределах 1%.

На рис. 3.2. представлены зависимости спектральной плотности потока излучения, выраженные законами Планка, Рэлея-Джинса и Вина в обобщенных координатах.

3.1.3 Закон смещения Вина

Длина волны, при которой плотность потока излучения черного тела достигает максимального значения для данной температуры, также может быть определена из закона Планка посредством нахождения точки максимума:

$$\frac{dE_{\omega\lambda}}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left[\frac{2\pi C_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)} \right] = 0. \quad (3.5)$$

Решение этого уравнения приводит к соотношению:

$$\lambda_{\max} T = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{К}, \quad (3.6)$$

где λ_{\max} – длина волны, при которой достигается максимум монохроматической плотности потока излучения черного тела с температурой T . Эту зависимость называют законом смещения Вина.

$E_{\omega}/T^5 \cdot 10^6, \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$

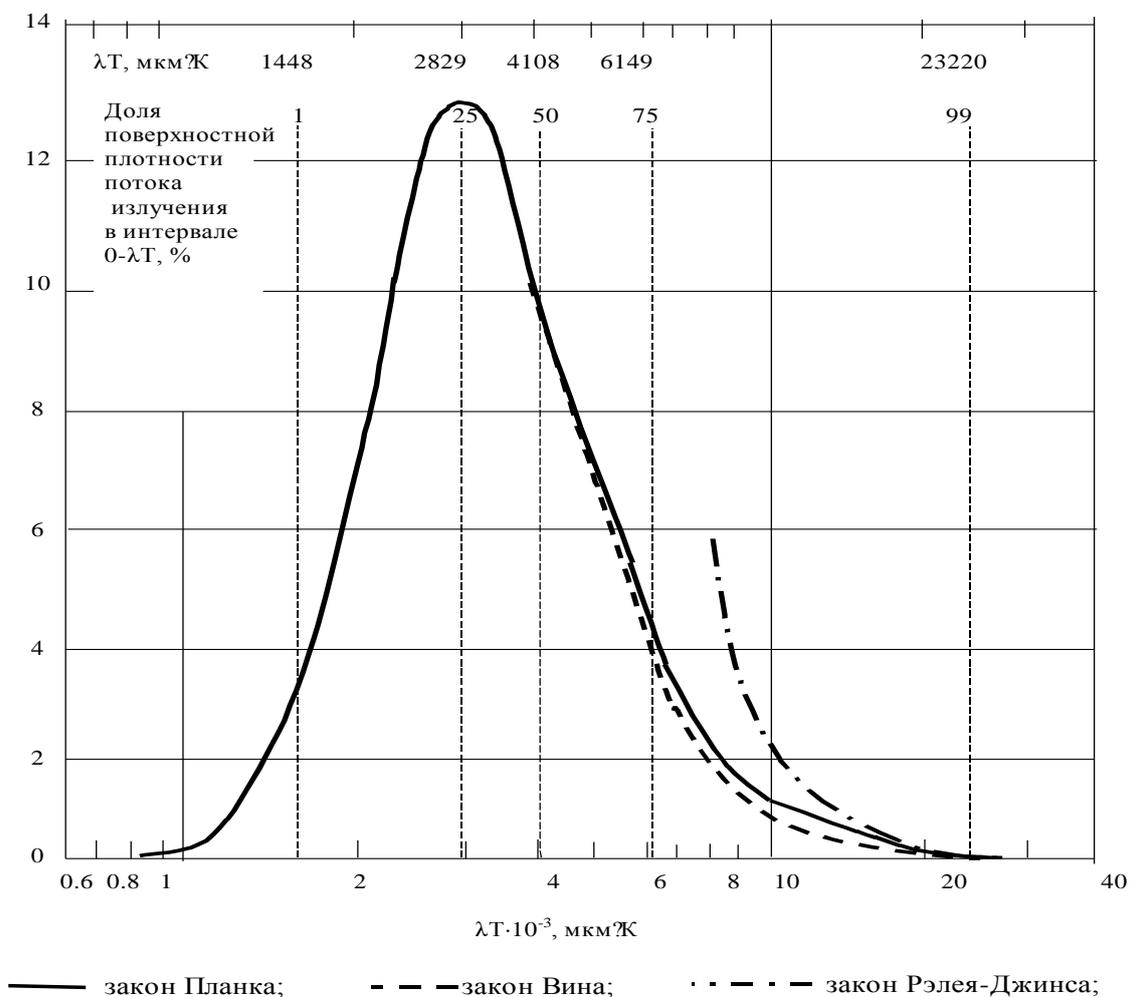


Рис.3.2 - Спектральное распределение

полусферической поверхностной плотности
потока излучения абсолютно черного тела в обобщенных координатах.

Значение максимальной плотности потока монохроматического излучения черного тела можно получить подстановкой формулы (3.6) в (3.1), что в результате дает:

$$(E_{\text{ол}})_{\text{max}} = C_3 T^5, \quad (3.7)$$

где постоянная $C_3 = 1,287 \cdot 10^{-5} \text{Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$. Эту зависимость называют следствием закона смещения Вина.

Из полученных результатов следует, что при повышении температуры поверхности тела положение максимума спектральной плотности потока излучения сдвигается в область более коротких длин волн. Так например, при температурах менее 1000 К длина волны, при которой энергия излучения достигает максимума лежит в инфракрасной области. Мы можем ощущать эту энергию в виде тепла, однако глаза не способны обнаружить видимое излучение. При температурах выше 1000 К часть энергии излучения приходится на видимую область спектра и воспринимается глазом человека. При температуре $\sim 5800 \text{ К}$ (температура поверхности Солнца) максимум спектральной плотности потока излучения достигается при длине волны $\lambda = 5,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, что соответствует приблизительно середине видимой области. Такое совпадение, видимо, не случайно, а является закономерным результатом эволюционного развития человека.

3.1.4 Закон Стефана-Больцмана

Закон Стефана-Больцмана, устанавливает зависимость плотности потока интегрального (для всех длин волн) излучения от температуры. Он также был получен ранее закона Планка. Однако, закон Планка позволяет получить и этот закон. Действительно:

$$E_0(T) = \int_0^{\infty} E_{0\lambda}(T) d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{2\pi C_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)} \cdot d\lambda. \quad (3.8)$$

После интегрирования получается выражение:

$$E_0(T) = \sigma T^4, \quad (3.9)$$

где $\sigma = 2C_1\pi^5/15C_2^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$ - постоянная Стефана-Больцмана. Экспериментальное значение σ немного отличается от теоретического ($\sigma_{\text{экс.}} = 5,73 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м} \cdot \text{К}^4)$).

3.2 Излучение абсолютно черного тела в интервале длин волн

При расчете теплообмена излучением часто бывает необходимо определить долю полусферической интегральной поверхностной плотности потока излучения, испускаемую в полосе спектра (рис. 3.3). Эта доля определяется соотношением:

$$F_{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{0\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{0\lambda} d\lambda} = \frac{1}{\sigma T^4} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{0\lambda} d\lambda = \frac{1}{\sigma T^4} \left[\int_0^{\lambda_2} E_{0\lambda} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{0\lambda} d\lambda \right] = \quad (3.10)$$

$$= F_{0-\lambda_2} - F_{0-\lambda_1}.$$

Неудобство такого выражения состоит в том, что оно зависит и от граничных значений длин волн интервала и от температуры поверхности. Однако, оказывается, что вполне достаточно иметь функцию F только от одной переменной λT . При этом получается универсальная зависимость, применимая для всех температур и длин волн.

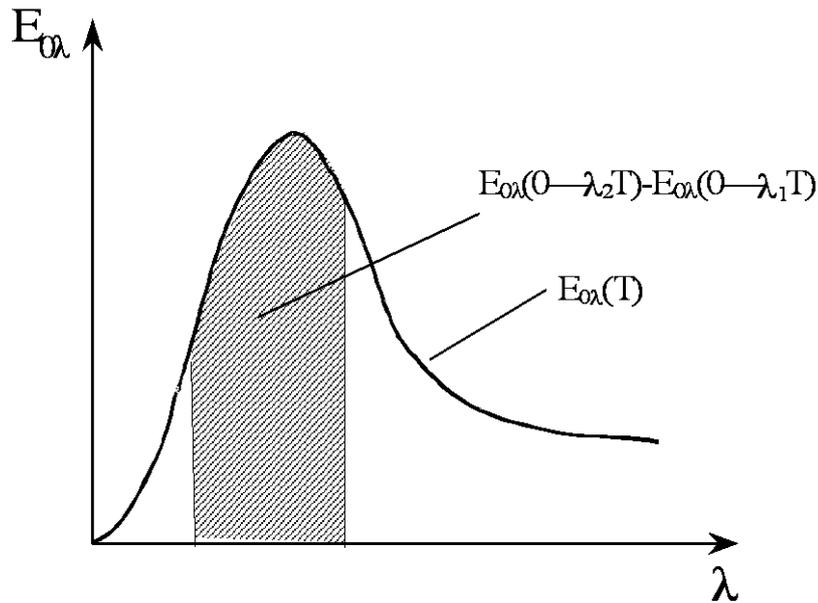


Рис. 3.3 - К определению доли плотности потока излучения в полосе спектра.

Универсальный вид зависимости можно найти, переписав уравнение (3.10) в следующем виде:

$$F_{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{1}{\sigma} \int_{\lambda_1 T}^{\lambda_2 T} \frac{E_{0\lambda}}{T^5} d \lambda T = \frac{1}{\sigma} \int_{\lambda_1 T}^{\lambda_2 T} \frac{2\pi C_1}{\lambda T^5 \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)} d \lambda T =$$

$$= F_{0-\lambda_2 T} - F_{0-\lambda_1 T}.$$
(3.11)

Значения $F_{0-\lambda T}$ называют радиационными функциями. Они табулированы и приводятся в литературе [1], [2],[3], а график зависимости $F_{0-\lambda T}$ от λT показан на рис. 3.4.

Также существует приближение выражений $F_{0-\lambda T}$ в виде полиномов [2]:

$$F_{0-\lambda T} = \frac{15}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e^{-nv}}{n^4} \left[nv^3 + 3nv^2 + 6nv + 6 \right] \right),$$

$$\text{при } v \geq 2$$
(3.12)

$$F_{0-\lambda T} = 1 - \frac{15}{\pi^4} v^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{v}{8} + \frac{v^2}{60} - \frac{v^4}{5040} + \frac{v^6}{272160} - \frac{v^8}{13305600} \right), \quad (3.13)$$

при $v < 2$

где $v = C_2 / (\lambda T)$, чтобы получить желаемую точность, в рядах оставляют соответствующее число членов.

Пример 4.1. Считая Солнце ($T_1 = 5800 \text{ K}$) и лампу накаливания ($T_2 = 2800 \text{ K}$) черными телами, рассчитать для обоих источников следующие параметры: а) плотность потока интегрального излучения; б) длину волны, при которой максимален поток спектрального излучения; в) максимум плотности спектрального излучения; г) долю полной энергии излучения, приходящуюся на видимую область спектра.

Решение.

а) Плотность потока спектрального излучения выражается законом Стефана-Больцмана ($E_0 = \sigma T^4$):

$$E_0(T_1) = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 = 6,42 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2;$$

$$E_0(T_2) = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2800^4 = 3,49 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2.$$

б) Величина λ_{\max} определяется по закону смещения Вина ($\lambda_{\max} = c/T$):

$$\lambda_{\max 1} = 2,898 \cdot 10^{-3} / 5800 = 5,00 \cdot 10^{-7} \text{ м (видимая область длин волн);}$$

$$\lambda_{\max 2} = 2,898 \cdot 10^{-3} / 2800 = 1,04 \cdot 10^{-6} \text{ м (инфракрасная область длин волн).}$$

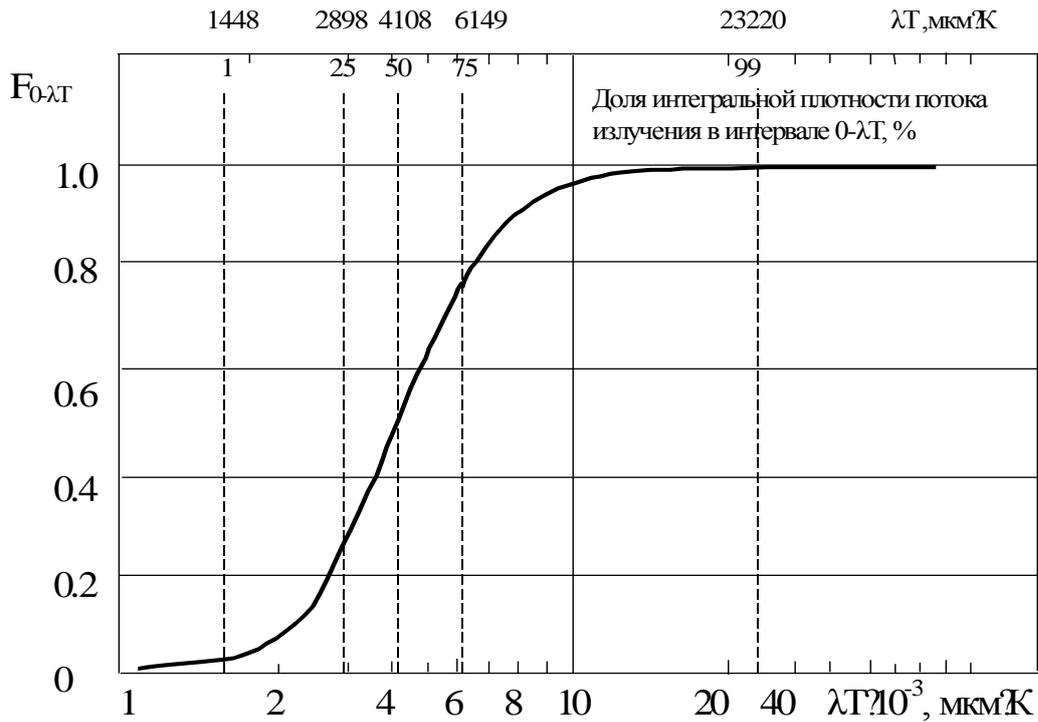


Рис.3.4 - Доля интегральной поверхностной плотности потока излучения абсолютно черного тела в интервале $0-\lambda T$.

в) Максимальная плотность потока спектрального излучения черного тела определяется из следствия закона смещения Вина ($E_{0\lambda, \max} = C_3 T^5$):

$$E_{0\lambda, \max}(T_1) = 1,287 \cdot 10^{-5} \cdot 5800^5 = 8,45 \cdot 10^{13} \text{ Вт/м}^3;$$

$$E_{0\lambda, \max}(T_2) = 1,287 \cdot 10^{-5} \cdot 2800^5 = 2,21 \cdot 10^{12} \text{ Вт/м}^3.$$

г) Долю полной энергии излучения, приходящуюся на видимую ($\lambda=0,32 \div 0,76 \mu\text{m}$) область, можно определить с помощью радиационных функций. Для Солнца:

$$\lambda_1 T_1 = 3,8 \cdot 10^{-7} \cdot 5800 = 2,204 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{K};$$

$$\lambda_2 T_1 = 7,6 \cdot 10^{-7} \cdot 5800 = 4,408 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{K};$$

$$F_{\lambda_1 T_1 - \lambda_2 T_1} = F_{0 - \lambda_2 T_1} - F_{0 - \lambda_1 T_1} = 0,5500 - 0,1017 = 0,4483 = 44,83\%.$$

Для лампы накаливания:

$$\lambda_1 T_2 = 3,8 \cdot 10^{-7} \cdot 2800 = 1,064 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{K};$$

$$\lambda_2 T_2 = 7,6 \cdot 10^{-7} \cdot 2800 = 2,128 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{K};$$

$$F_{\lambda_1 T_2 - \lambda_2 T_2} = F_{0 - \lambda_2 T_2} - F_{0 - \lambda_1 T_2} = 0,0886 - 0,0009 = 0,0877 = 8,77\%.$$

Таким образом, почти 45% солнечной энергии воспринимает глаз человека, и менее 10% потребляемой энергии лампой накаливания преобразовывается в видимый свет. Именно этим обусловлено широкое распространение более экономичных люминесцентных и ртутных осветительных приборов.

Контрольные вопросы и задачи.

1. Определение и свойства абсолютно черного тела.
2. Сформулировать законы излучения абсолютно твердого тела.
3. Доказать, что законы Рэлея-Джинса и Вика являются предельными случаями закона Планка.
4. Получить закон смещения Вина и закон Стефана-Больцмана из закона Планка, применяя математические методы.
5. Доказать, что при любом заданном значении λ величина спектрального потока излучения увеличивается с ростом температуры.
6. Лабораторное черное тело имеет температуру 600 К. При какой длине волны функция $E_{0\lambda}$ достигнет максимума? Какая доля энергии излучения приходится на диапазоны: а) от 0 до 4 мкм; б) от 4 до 8 мкм; в) от 8 до 12 мкм; г) от 12 до 16 мкм; д) от 16 до ∞ мкм?

4 РАДИАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА

Радиационные свойства количественно описывают взаимодействие энергии излучения с поверхностью, определяют как поверхность излучает, отражает, поглощает и пропускает энергию излучения.

В общем случае радиационные свойства зависят от температуры поверхности, направления и длины волны излучения. Свойства, которые учитывают направление излучения называют направленными, а учитывающие длину волны— монохроматическими или спектральными. Если произвести осреднение по длинам волн, то получим интегральную величину, а осреднение свойств по направлениям дает значение полусферической величины.

Учитывая, что объектом нашего исследования будет излучение диффузных поверхностей, остановимся на спектральных и интегральных полусферических радиационных свойствах.

4.1 Степень черноты (излучательная способность)

Степень черноты показывает, какую долю потока излучения абсолютно черного тела составляет поток излучения данного тела.

$$\varepsilon_{\lambda} \lambda, T = \frac{dQ_{\lambda}}{dQ_{0\lambda}} = \frac{E_{\lambda} dF}{E_{0\lambda} dF} = \frac{E_{\lambda}}{E_{0\lambda}} \quad (4.1)$$

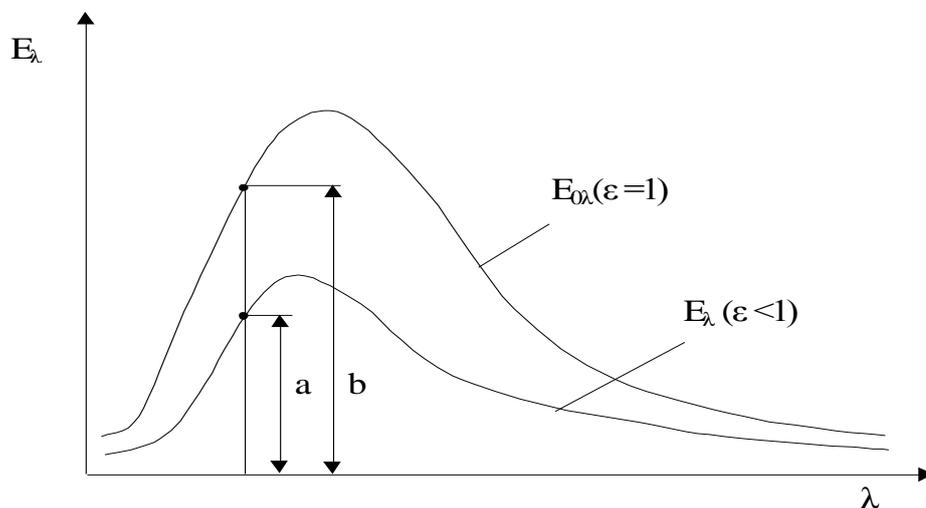


Рис.4.1 - К определению полусферических спектральной и интегральной степени черноты.

Из (4.1) следует, что плотность потока спектрального излучения тела может быть определена как:

$$E_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda} \cdot E_{0, \lambda} \quad (4.2)$$

Для определения интегральной полусферической степени черноты имеем отношение:

$$\varepsilon T = \frac{dQ}{dQ_0} = \frac{EdF}{E_0dF} = \frac{E}{E_0} \quad (4.3)$$

Учитывая (2.3), (3.9) и (4.2), получим:

$$E = \int_{\lambda=0}^{\infty} E_{\lambda} d\lambda = \int_{\lambda=0}^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{o\lambda} d\lambda, \quad (4.4)$$

В соответствии с рисунком (4.1) спектральная полусферическая степень черноты для некоторой длины волны λ_l определяется отношением длин отрезков b/a . Интегральная полусферическая степень черноты есть отношение площадей под кривыми излучения поверхности тела с температурой поверхности T и абсолютно черного тела с такой же температурой.

4.2 Поглощательная способность

Поглощательной способностью называется отношение потока излучения, поглощенного телом, к потоку излучения, падающего на тело. Падающее излучение имеет свойства, присущие источнику излучения. Распределение энергии падающего излучения по спектру не зависит от температуры или физической природы поглощающей поверхности.

Спектральная полусферическая поглощательная способность определяется из отношения поглощенного и падающего спектральных потоков излучения с длиной λ :

$$\alpha_{\lambda, T} = \frac{dQ_{\lambda, \text{погл.}}}{dQ_{\lambda, \text{пад.}}} = \frac{E_{\lambda, \text{погл.}} \cdot dF}{E_{\lambda, \text{пад.}} \cdot dF} = \frac{E_{\lambda, \text{погл.}}}{E_{\lambda, \text{пад.}}} \quad (4.6)$$

Плотность поглощенного спектрального потока:

$$E_{\lambda, \text{погл.}} = \alpha_{\lambda} \cdot E_{\lambda, \text{пад.}} \quad (4.7)$$

Интегральная полусферическая поглощательная способность:

$$\alpha T = \frac{dQ_{\text{погл.}}}{dQ_{\text{пад.}}} = \frac{E_{\text{погл.}} \cdot dF}{E_{\text{пад.}} \cdot dF} = \frac{E_{\text{погл.}}}{E_{\text{пад.}}}. \quad (4.8)$$

Учитывая (2.3) и (4.7):

$$E_{\text{погл.}} = \int_{\lambda=0}^{\infty} E_{\lambda, \text{ погл.}} \cdot d\lambda = \int_{\lambda=0}^{\infty} \alpha_{\lambda} \cdot E_{\lambda, \text{ пад.}} \cdot d\lambda. \quad (4.9)$$

Подставив (4.9) в (4.8) получим:

$$\alpha T = \frac{\int_{\lambda=0}^{\infty} \alpha_{\lambda} \cdot E_{\lambda, \text{ пад.}} \cdot d\lambda}{\int_{\lambda=0}^{\infty} E_{\lambda, \text{ пад.}} \cdot d\lambda}. \quad (4.10)$$

4.3 Отражательная способность

Отражательной способностью называется отношение потока излучения, отраженного телом, к потоку излучения, падающего на тело. Различают спектральную полусферическую отражательную способность:

$$\rho_{\lambda, T} = \frac{dQ_{\lambda, \text{ отр.}}}{dQ_{\lambda, \text{ пад.}}} = \frac{E_{\lambda, \text{ отр.}} \cdot dF}{E_{\lambda, \text{ пад.}} \cdot dF} = \frac{E_{\lambda, \text{ отр.}}}{E_{\lambda, \text{ пад.}}}. \quad (4.11)$$

и интегральную полусферическую отражательную способность:

$$\rho T = \frac{dQ_{\text{отр.}}}{dQ_{\text{пад.}}} = \frac{E_{\text{отр.}} \cdot dF}{E_{\text{пад.}} \cdot dF} = \frac{E_{\text{отр.}}}{E_{\text{пад.}}}. \quad (4.12)$$

Соотношение между интегральными и спектральными отражательными способностями с учетом (2.3) и (4.11) имеет вид:

$$\rho \left(\right) = \frac{\int_{\lambda=0}^{\infty} \rho_{\lambda} \cdot E_{\lambda, \text{пад.}} \cdot d\lambda}{\int_{\lambda=0}^{\infty} E_{\lambda, \text{пад.}} \cdot d\lambda}. \quad (4.13)$$

4.4 Пропускательная способность

Пропускательной способностью называется отношение потока излучения, пропущенного телом, к потоку излучения, падающего на тело. Как и для ранее рассмотренных характеристик, различают спектральную и интегральную полусферические пропускательные способности, соотношение между которыми определяется уравнением:

$$\tau T = \frac{\int_{\lambda=0}^{\infty} \tau_{\lambda} \cdot E_{\lambda, \text{пад.}} \cdot d\lambda}{\int_{\lambda=0}^{\infty} E_{\lambda, \text{пад.}} \cdot d\lambda}. \quad (4.14)$$

Большинство веществ является непрозрачными для излучения. Лишь только для коротковолнового излучения (космическое, рентгеновское, γ -лучи) вещества обладают прозрачностью. Но тела, нагретые даже до очень высоких температур (Солнце с температурой 5800 К) не генерируют такого излучения. Поэтому, рассматривая процесс лучистого теплообмена, можно, как правило, считать тела непрозрачными, т.е. их пропускательная способность $\tau=0$.

4.5 Закон Кирхгофа

Между поглощательной и излучательной способностью тела существует важная зависимость, которую выражает закон Кирхгофа: при тепловом равновесии поглощательная способность тела равна его излучательной способности.

Пусть тело с поглотительной способностью α и излучательной способностью ε находится внутри изотермической полости в тепловом равновесии с ней (рис. 4.2) Тогда поглощенная энергия должна быть равна энергии собственного излучения:

$$\alpha_1 \cdot E_{\text{пад.}} = E_1. \quad (4.15)$$

Изотермическая замкнутая полость с температурой T

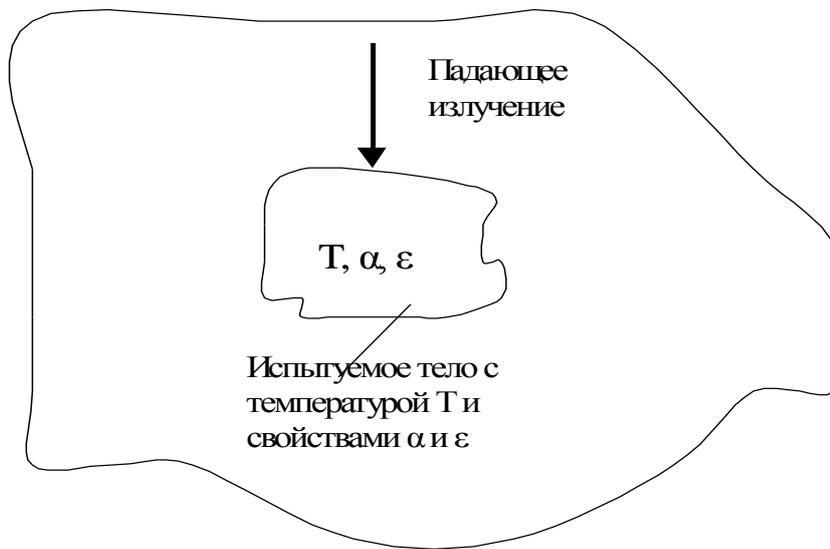


Рис. 4.2 - К выводу закона Кирхгофа.

Расположим внутри этой полости при тех же условиях другое тело - абсолютно черное ($\alpha_2=1$). Тепловое равновесие для этого случая выражается соотношением:

$$\alpha_2 \cdot E_{\text{пад.}} = E_2 = E_0. \quad (4.16)$$

Взяв отношение уравнений (4.15) и (4.16), получаем:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{E_1}{E_0}. \quad (4.17)$$

Учитывая свойства черной поверхности ($\alpha_2=1$) и определение излучательной способности (4.3), определим соотношение между излучательной и поглощательной способностями:

$$\alpha_1 = \varepsilon_1. \quad (4.18)$$

Этот результат не справедлив, если тело не находится в тепловом равновесии с окружающей средой. Закон Кирхгофа доказан для интегрального излучения, но он будет справедлив и для спектральных характеристик, причем без ограничения условием теплового равновесия

$$\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda. \quad (4.19)$$

Из закона Кирхгофа следует, что хорошие поглотители излучения будут и хорошими излучателями. Этот результат лежит в основе простого способа имитации черного излучения с помощью изотермической полости, имеющей маленькое отверстие в поверхности.

4.6 Понятие серого тела

Серое тело - это поверхность, монохроматические свойства которой не зависят от длины волны ($\varepsilon_\lambda = const$, $\alpha_\lambda = const$, $\tau_\lambda = const$).

С учетом (4.5) имеем:

$$\varepsilon = \frac{\int_{\lambda=0}^{\infty} \varepsilon_\lambda \cdot E_{0\lambda} \cdot d\lambda}{\int_{\lambda=0}^{\infty} E_{0\lambda} \cdot d\lambda} = \frac{\varepsilon_\lambda \cdot \int_0^{\infty} E_{0\lambda} \cdot d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{0\lambda} \cdot d\lambda} = \varepsilon_\lambda. \quad (4.20)$$

Можно получить подобные соотношения и для других свойств серого тела, а именно:

$$\alpha = \alpha_\lambda, \rho = \rho_\lambda, \tau = \tau_\lambda \quad (4.21)$$

Применив к серому телу закон Кирхгофа для спектральных характеристик (4.19), получим:

$$\alpha = \varepsilon \quad (4.22)$$

Таким образом, интегральные излучательная и поглощательная способности серого тела равны, даже если тело не находится в тепловом равновесии с окружающей средой.

Для поверхностей, монохроматические свойства которых существенно изменяются, интегральные свойства могут быть представлены делением спектра на части, в пределах которых свойства можно считать постоянными. Такое представление представлено на рисунке 4.3. В этом случае интегральная излучательная способность с учетом (3.11) определится соотношением:

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{0\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{0\lambda} d\lambda} = \varepsilon_1 F_{0-\lambda_1 T} + \varepsilon_2 F_{\lambda_1 T - \lambda_2 T} + \varepsilon_3 F_{\lambda_2 T - \lambda_3 T} \dots$$

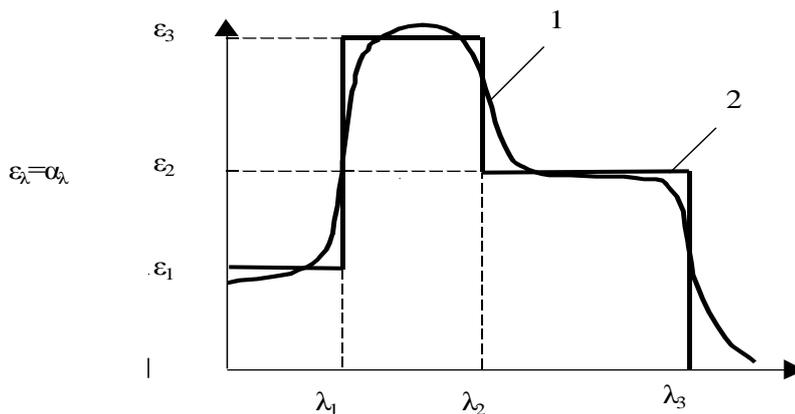


Рис.4.3 –Определение интегральных свойств для несерых поверхностей.

Понятие серого тела является идеализированным. Поведение реальных поверхностей только приближенно соответствует поведению серых поверхностей. Однако, расчеты теплообмена излучением, основанные на этом приближении, значительно менее трудоемки и дают удовлетворительные результаты.

Пример 4.1. Поверхность имеет постоянную спектральную поглощательную способность $\alpha = 0,6$ в диапазоне длин волн $0,4 \leq \lambda \leq 4$ мкм, а для других длин волн она равна нулю. Рассчитать интегральную поглощательную и излучательную способности, если температура поверхности 3000 К для двух случаев: а) падающее излучение от черной поверхности при 3000 К; б) падающее излучение от черной поверхности при 1000 К;

Решение.

Интегральная излучательная способность поверхности из (4.5) и (3.11)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sigma T^4} \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{0\lambda} d\lambda = \varepsilon_{\lambda} \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{0\lambda} d\lambda}{\sigma T^4} = \varepsilon_{\lambda} F_{0-\lambda_2 T} - F_{0-\lambda_1 T},$$

где T - температура излучающей поверхности.

Так как излучательная способность не зависит от падающего излучения, то для обоих случаев

$$\varepsilon = 0,6 \cdot 0,9452 - 0,0021 = 0,566.$$

Интегральная поглощательная способность:

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} E_{\lambda, \text{пад}} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda, \text{пад}} d\lambda} = \alpha_{\lambda} \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{0\lambda}(T) d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{0\lambda}(T) d\lambda} = \alpha_{\lambda} F_{0-\lambda_2 T} - F_{0-\lambda_1 T},$$

где T - температура поверхности, от которой приходит падающее излучение.

а) При падающем излучении от поверхности при 3000 К:

$$\alpha = 0,6 \cdot (0,9452 - 0,0021) = 0,566.$$

б) При падающем излучении от поверхности при 1000 К:

$$\alpha = 0,6 \cdot (0,4809 - 0) = 0,289.$$

Заметим, что излучательная способность не зависит от падающего излучения, а поглощательная - зависит. При тепловом равновесии излучательные и поглощательные способности равны, что согласуется с законом Кирхгофа.

4.7 Соотношения между радиационными характеристиками

Из рассмотрения энергетического баланса для излучения на поверхности тела (рис. 4.4.) известно, что падающее излучение должно либо поглотиться, либо отразиться, либо пройти сквозь тело.

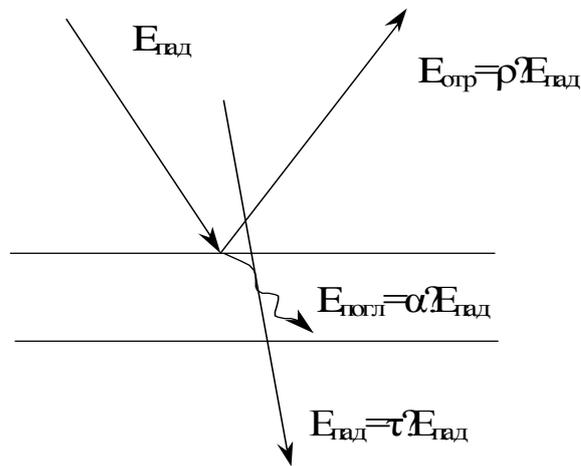


Рис. 4.4. К определению свойств радиационных характеристик.

Математически баланс энергии выражается соотношением:

$$E_{\text{пад}} = E_{\text{погл}} + E_{\text{отр}} + E_{\text{проп}} = \alpha + \rho + \tau E_{\text{пад}},$$

или

$$\alpha + \rho + \tau = 1. \tag{4.23}$$

Если поверхность непрозрачна, то для неё $\tau=0$ и уравнение сведется к виду:

$$\alpha + \rho = 1. \tag{4.24}$$

Учитывая закон Кирхгофа, получим соотношения для отражательной способности:

$$\rho = 1 - \varepsilon. \tag{4.25}$$

Таким образом, для определения всех радиационных характеристик непрозрачного тела достаточно знать только значение его излучательной способности (степени черноты).

Контрольные вопросы и задачи.

1. Сформулировать определения радиационных свойств поверхности. Установить соотношения между спектральными и интегральными свойствами поверхности.
2. Сформулировать закон Киргофа для теплового излучения. Доказать, что для интегральных характеристик закон выполняется только для случая теплового равновесия.
3. Дать определение понятия серое тело. Рассчитать интегральную степень черноты для поверхности с зависимостью $\varepsilon_\lambda = \frac{1}{1+\lambda}$, если в дальнейшем предполагается производить расчет, считая данную поверхность серой, и имеющей температуру 1000-2000К.
4. Спектральная степень черноты ε_λ некоторой поверхности изменяется в зависимости от длины волны λ в соответствии с зависимостью $\varepsilon_\lambda = \frac{1}{2 + 1 - \lambda \cdot 10^6}$. Какой длине волны соответствуют максимумы:
а) спектральной степени черноты ε_λ б) максимум спектральной плотности излучения данной поверхности при температуре $T=1500\text{К}$; максимум спектральной плотности излучения черного тела при температуре $T=1500\text{К}$?
5. Для диэлектриков можно приближенно принять следующее распределение E_λ по спектру излучения: при $0 \leq \lambda \leq \lambda^*$ $\varepsilon_\lambda = \varepsilon_1$, а при $\lambda^* < \lambda \leq \infty$ $\varepsilon_\lambda = \varepsilon_2$. Для некоторой поверхности $\lambda^* = 2$ мкм, $\varepsilon_1 = 0,2$, $\varepsilon_2 = 0,95$. Определить интегральную степень черноты поверхности при температурах 300°C ; 1000°C ; 3000°C ; 4500°C ; 6000°C . Построить график зависимости $\varepsilon = f(T)$.
6. Для некоторой поверхности известна интегральная степень черноты ε , как функция температуры. Кроме того известно, что спектральная степень черноты ε_λ не зависит от температуры, но зависит от длины волны λ . Предложить схему расчета величины ε_λ по указанным данным. Произвести расчеты и определить зависимость ε_λ , если $\varepsilon T = \frac{9,9 \cdot 10^4}{T^2 + T \cdot 10^3 + 10^5}$. Построить графики зависимостей $\varepsilon(T)$ и $\varepsilon_\lambda(\lambda)$.

5 УГЛОВОЙ КОЭФФИЦИЕНТ ИЗЛУЧЕНИЯ

Для расчета теплообмена излучением необходимо определить долю полной энергии излучения, исходящую от одной поверхности и достигающую второй. Эта безразмерная величина получила название угловой коэффициент. Угловые коэффициенты являются геометрическими инвариантами, так как их значения зависят только от геометрии системы (форма и ориентация поверхностей), но не зависят от размеров. Различают элементарные, локальные и средние (интегральные) угловые коэффициенты. Элементарный угловой коэффициент соответствует взаимодействию двух элементарных площадок. Если одна из поверхностей не является элементарной - используют локальный угловой коэффициент, а если обе поверхности имеют конечные размеры - средний.

5.1 Элементарный угловой коэффициент

Выражение для определения элементарного углового коэффициента, можно получить из рассмотрения рис.5.1

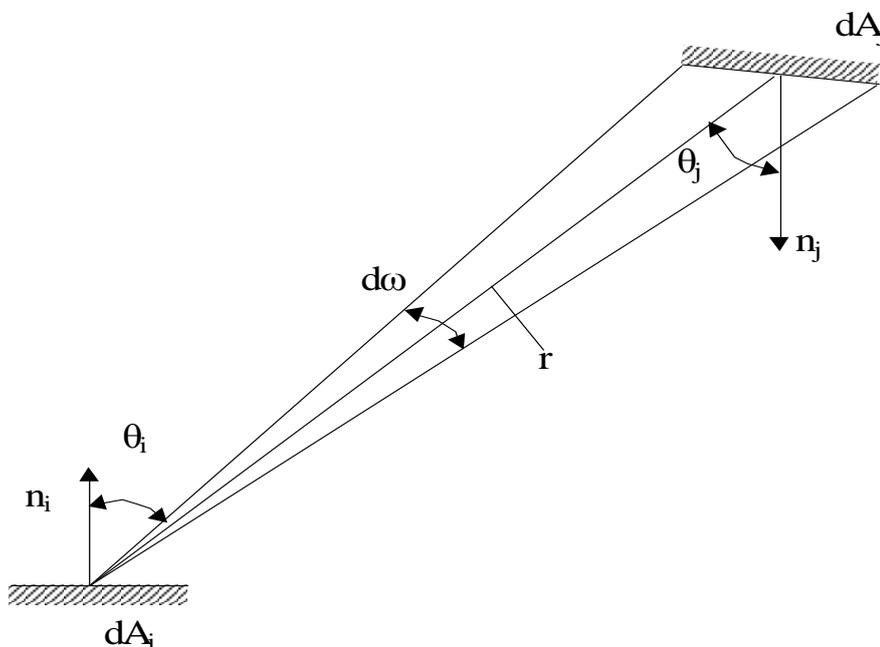


Рис.5.1 – К определению элементарного углового коэффициента излучения.

Поток энергии излучения с площадки dA_i в полусферу определяется уравнением

$$dQ_i = E_i dA_i. \quad (5.1)$$

Поток энергии излучения, который исходит с площадки dA_i и достигает dA_j с учетом (2.5),(2.7),(2.14):

$$d^2Q_{i-j} = J_i \cos \theta_i d\omega \cdot dA_i = \frac{E_i}{\pi} \cdot \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{r^2} \cdot dA_i \cdot dA_j. \quad (5.2)$$

Угловой коэффициент излучения между двумя элементарными площадками dA_i и dA_j будет равен:

$$d\varphi_{di-dj} = \frac{d^2Q_{i-j}}{dQ_i} = \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot r^2} \cdot dA_j. \quad (5.3)$$

Если поменять индексы i и j в выражении (5.3) местами, предположив, что поверхность j излучающая и поверхность i приёмная, то получим:

$$d\varphi_{dj-di} = \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot r^2} dA_i. \quad (5.4)$$

Из сопоставления уравнений (5.3) и (5.4) следует соотношение:

$$d\varphi_{di-dj} \cdot dA_i = d\varphi_{dj-di} \cdot dA_j, \quad (5.5)$$

которое называют соотношением взаимности.

Дополнительную связь между угловыми коэффициентами можно получить, рассмотрев замкнутую систему. В этом случае из закона сохранения энергии следует, что поток излучения испущенный произвольной элементарной площадкой dA_i будет равен сумме потоков, полученных элементарными площадками dA_j ($j=1 \dots N$), образующими замкнутую поверхность. Отсюда получим:

$$\sum_{j=1}^N d\varphi_{di-dj} = 1, \quad (5.6)$$

или

$$\int_{A_j} d\varphi_{di-dj} = 1, \quad (5.7)$$

Это свойство называют соотношением замкнутости.

5.2 Локальный угловой коэффициент

Если теплообмен излучением осуществляется между поверхностями, одна из которых элементарная, а другая имеет конечные размеры, то для определения потоков излучения используют локальный угловой коэффициент. Выражения для определения локальных угловых коэффициентов получим, рассматривая потоки излучения между соответствующими площадками. Поток излучения между площадкой dA_i и поверхностью A_j :

$$dQ_{i-j} = \int_{A_j} \frac{E_i \cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} dA_i dA_j, \quad (5.8)$$

Локальный угловой коэффициент с учетом (5.1) определяется из уравнения

$$d\varphi_{di-dj} = \frac{dQ_{i-j}}{dQ_i} = \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} dA_j = \int_{A_j} d\varphi_{di-dj}. \quad (5.9)$$

Поток излучения между поверхностью A_j и площадкой dA_i :

$$dQ_{j-i} = \int_{A_j} \frac{E_j \cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} dA_i dA_j \quad (5.10)$$

Поток излучения с поверхности A_j в полусферу:

$$Q_j = \int_{A_j} E_j \cdot dA_j \quad (5.11)$$

Для изотермической поверхности ($E_j = \text{const}$) локальный угловой коэффициент определяется из уравнения:

$$d\varphi_{j-di} = \frac{dQ_{j-i}}{Q_j} = \frac{dA_i}{A_j} \cdot \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot r^2} dA_j = \frac{dA_i}{A_j} \cdot d\varphi_{di-dj} \quad (5.12)$$

Из (5.12) следует соотношение взаимностей для локальных угловых коэффициентов:

$$d\varphi_{di-j} \cdot dA_i = d\varphi_{j-di} \cdot A_j. \quad (5.13)$$

Соотношение замкнутости также будет выполняться.

5.3 Средний (интегральный) угловой коэффициент

Средний угловой коэффициент используют для расчета тепловых потоков между поверхностями конечных размеров. Подобно тому, как определялись элементарный и локальный угловые коэффициенты, получим уравнение для вычисления среднего углового коэффициента.

Поток излучения с поверхности A_i на поверхность A_j :

$$Q_{i-j} = \iint_{A_i A_j} \frac{E_i \cdot \cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot r^2} \cdot dA_i \cdot dA_j. \quad (5.14)$$

Для изотермической поверхности ($E_i = \text{const}$) с учетом (5.11) средний угловой коэффициент определяется из уравнения:

$$\varphi_{i-j} = \frac{Q_{i-j}}{Q_i} = \frac{1}{A_i} \cdot \iint_{A_i A_j} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot r^2} \cdot dA_i \cdot dA_j. \quad (5.15)$$

Для средних угловых коэффициентов справедливо соотношение взаимностей:

$$\varphi_{i-j} \cdot A_i = \varphi_{j-i} \cdot A_j \quad (5.16)$$

и соотношение замкнутости.

5.4 Методы определения угловых коэффициентов

Угловые коэффициенты излучения могут быть определены как теоретическими, так и экспериментальными методами. Кроме того, т.к. угловой коэффициент является геометрическим инвариантом, т.е. его значение зависит только от формы и ориентации поверхностей, то для наиболее распространенных конфигураций поверхностей расчетные зависимости приводятся в справочной литературе [2], [4].

5.4.1 Аналитический метод

Аналитический метод основан на непосредственном интегрировании математического выражения для элементарного углового коэффициента (5.3). Рассмотрим две элементарные площадки dA_i и dA_j (рис. 5.2), расположение и ориентация нормальных векторов n_i и n_j к которым в выбранной системе координат известны.

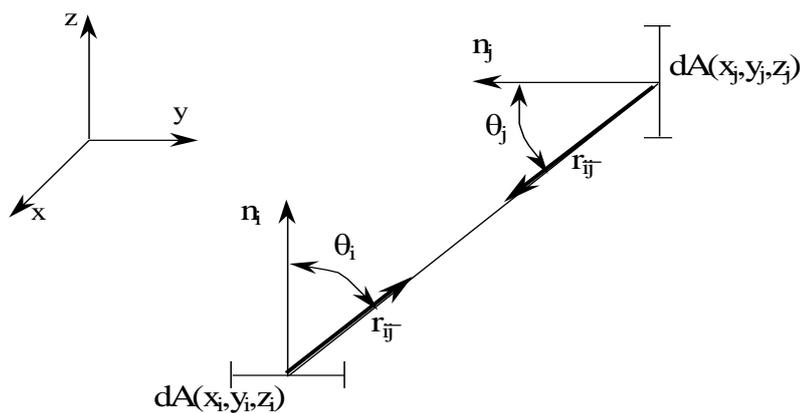


Рис.5.2 – Схема для расчета углового коэффициента аналитическим методом.

Расстояние между площадками определяется из уравнения:

$$r = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}. \quad (5.17)$$

Косинусы углов θ_i и θ_j могут быть определены из уравнений скалярного произведения векторов, между которыми расположены эти углы. Тогда:

$$\cos \theta_i = \frac{\overline{n_i} \cdot \overline{r_{ij}}}{|\overline{n_i}| \cdot |\overline{r_{ij}}|}; \quad (5.18)$$

$$\cos \theta_j = \frac{\overline{n_j} \cdot \overline{r_{ji}}}{|\overline{n_j}| \cdot |\overline{r_{ji}}|}, \quad (5.19)$$

где: $\overline{r_{ij}} = \frac{1}{r} \left[(x_j - x_i) \vec{i} + (y_j - y_i) \vec{j} + (z_j - z_i) \vec{k} \right]$, $\overline{r_{ji}} = \frac{1}{r} \left[(x_i - x_j) \vec{i} + (y_i - y_j) \vec{j} + (z_i - z_j) \vec{k} \right]$.

Подставляя полученные выражения в (5.3), получаем зависимость для вычисления элементарного углового коэффициента. Интегрирование этого зависимости в соответствии с уравнением (5.9) по площади dA_j позволяет определить локальный коэффициент $d\varphi_{di-j}$. Дальнейшим интегрированием по поверхности dA_i в соответствии с уравнением (5.15) определяем средний угловой коэффициент φ_{i-j} . Угловые коэффициенты $d\varphi_{j-di}$ и φ_{j-i} этой системы определяются из свойства взаимности (5.12), (5.16).

Пример 5.1. Элементарная площадка dA_1 , расположенная над центром круглого диска A_2 с радиусом R на высоте h , ориентирована параллельно диску (рис.5.3). Определить угловой коэффициент $d\varphi_{d1-2}$ этой системы.

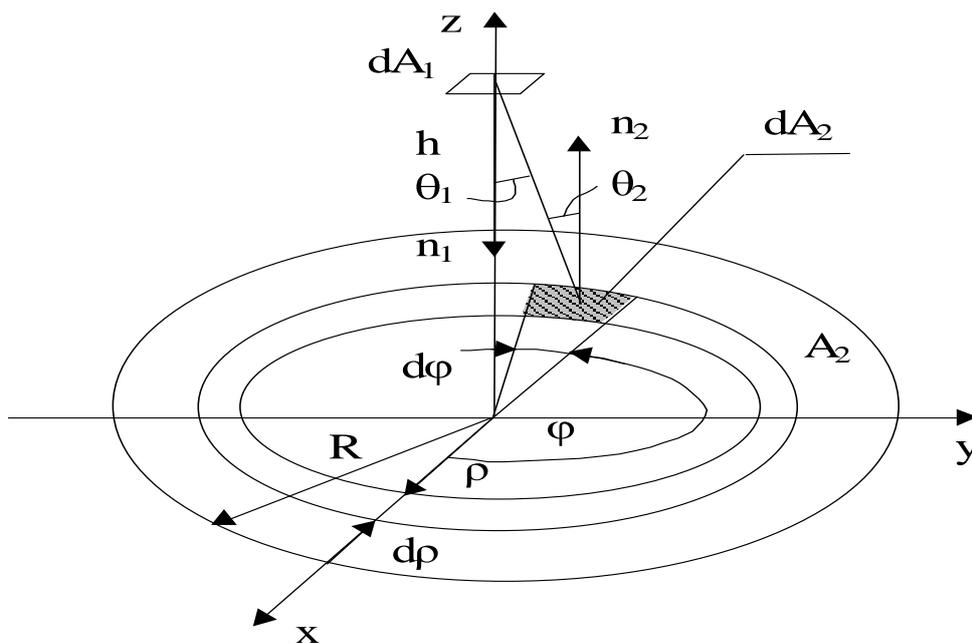


Рис. 5.3 – К примеру 5.1.

Решение.

Определим координаты элементарных площадок в выбранной системе координат:

$$dA_1(0,0,h); dA_2(\rho \cos\varphi, \rho \sin\varphi,0).$$

Определим проекции векторов нормали к элементарным площадкам на оси системы координат:

$$\bar{n}_1 = (0,0,-1) ; \bar{n}_2 = (0,0,1).$$

Расстояние между элементарными площадками определим из выражения:

$$r = \sqrt{\rho^2 \cos^2 \varphi + \rho^2 \sin^2 \varphi + h^2} = \sqrt{\rho^2 + h^2},$$

а косинусы углов θ_1 θ_2 из выражения:

$$\cos\theta_1 = h/r; \cos\theta_2 = h/r.$$

Выражение для элементарного углового коэффициента будет иметь вид:

$$d\varphi_{d_1-d_2} = \frac{h^2}{\pi [\rho^2 + h^2]^2} \rho d\rho d\varphi.$$

Для определения локального углового коэффициента $d\varphi_{d_1-d_2}$ проведем интегрирование $d\varphi_{d_1-d_2}$ по поверхности A_2 :

$$d\varphi_{d_1-d_2} = \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{h^2}{[\rho^2 + h^2]^2} \rho d\rho d\varphi = \frac{R^2}{R^2 + h^2}.$$

Пример 5.2. Элементарная площадка dA_1 ориентирована перпендикулярно круглому диску A_2 с внешним радиусом R (рис. 5.4). Вывести уравнение для определения углового коэффициента $d\varphi_{d_1-d_2}$ этой системы в функции h , l и R

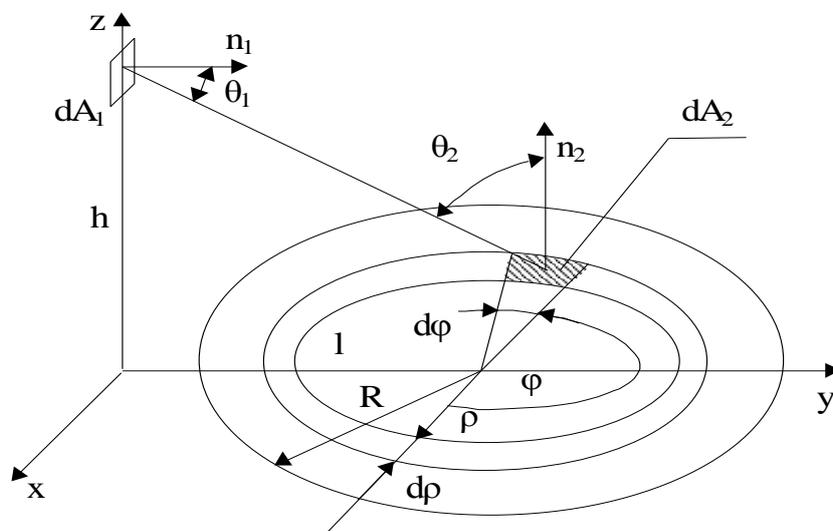


Рис. 5.4 – К примеру 5.2.

Решение.

Определим координаты элементарных площадок в выбранной системе координат:

$$dA_1(0,0,h); dA_2(\rho \cos \varphi, l + \rho \sin \varphi, 0).$$

Определим проекции векторов нормали к элементарным площадкам на оси системы координат:

$$\bar{n}_1 = (0,1,0); \bar{n}_2 = (0,0,1)$$

Расстояние между элементарными площадками определим из выражения:

$$r = \sqrt{\rho^2 \cos^2 \varphi + l + \rho \sin \varphi^2 + h^2} = \sqrt{\rho^2 + l^2 + h^2 + 2l\rho \sin \varphi},$$

а косинусы углов θ_1 и θ_2 из выражения:

$$\cos \theta_1 = \frac{l + \rho \sin \varphi}{r}; \quad \cos \theta_2 = \frac{h}{r}.$$

Выражение для элементарного углового коэффициента будет иметь вид:

$$d\varphi_{d_1-d_2} = \frac{l + \rho \sin \varphi \quad h}{\pi \left[\rho^2 + l^2 + h^2 + 2l\rho \sin \varphi \right]^2} \rho d\rho d\varphi.$$

Для определения локального углового коэффициента $d\varphi_{d_1-2}$ проведем интегрирование $d\varphi_{d_1-d_2}$ по поверхности A_2 :

$$d\varphi_{d_1-2} = \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{l + \rho \sin \varphi \quad h}{\pi \left[\rho^2 + l^2 + h^2 + 2l\rho \sin \varphi \right]^2} \rho d\rho d\varphi.$$

5.4.2 Алгебра угловых коэффициентов

Метод алгебры угловых коэффициентов позволяет определять неизвестные угловые коэффициенты, используя имеющиеся данные по угловым коэффициентам в геометрически сходных конфигурациях.

Рассмотрим случай теплообмена излучением между двумя конечными поверхностями A_i и A_j . Предположим, что поверхность A_j разделена на две произвольные части, причем $A_j = A_j' + A_j''$. Из закона сохранения энергии следует:

$$E_i A_i \varphi_{i-j} = E_i A_i \varphi_{i-j'} + E_i A_i \varphi_{i-j''}. \quad (5.20)$$

Левая часть равенства определяет поток энергии, падающей с поверхности на всю поверхность A_j , правая – сумму потоков энергии, падающей с поверхности соответственно на A_j' и A_j'' .

Определяемое равенством (5.20) свойство угловых коэффициентов позволяет вычислять угловые коэффициенты на основании уже имеющихся данных для более простых, но сходных геометрически систем поверхностей.

Пример 5.3. Определить угловой коэффициент φ_{1-4} между двумя конечными поверхностями A_1 и A_4 , взаимное расположение которых показано на рис.5.5.

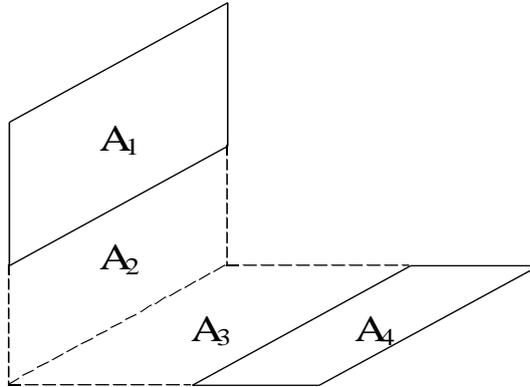


Рис5.5. К определению угловых коэффициентов методом алгебры угловых коэффициентов.

Решение.

Рассматривание фиктивных поверхностей A_2 и A_3 позволяет свести данную задачу к задаче об угловых коэффициентах для двух перпендикулярных плоскостей, имеющих общее ребро. Такими плоскостями в данной схеме являются плоскости $A_{12} = A_1 + A_2$ и $A_{34} = A_3 + A_4$, а также плоскости A_2 и A_3 , A_{12} и A_3 , A_2 и A_{34} . Из уравнения (5.20) следует:

$$\varphi_{1-4} = \varphi_{1-34} = \varphi_{1-3}; \quad (5.21)$$

$$\varphi_{34-1} = \varphi_{34-12} - \varphi_{34-2}; \quad (5.22 \text{ а})$$

$$\varphi_{3-1} = \varphi_{3-12} - \varphi_{3-2}. \quad (5.22 \text{ б})$$

Из свойств взаимности для угловых коэффициентов:

$$\varphi_{1=34} = \varphi_{34-1} \cdot \frac{A_{34}}{A_1}, \quad (5.23 \text{ а})$$

$$\varphi_{1=3} = \varphi_{3-1} \cdot \frac{A_3}{A_1}, \quad (5.23 \text{ б})$$

Подставляя (5.22) и (5.23) в (5.21) получаем:

$$\varphi_{1-4} = \frac{A_{3+4}}{A_1} \varphi_{3-12} - \varphi_{3-2} - \frac{A_3}{A_1} \varphi_{3-12} - \varphi_{3-2} \cdot \quad (5.24)$$

Все угловые коэффициенты в правой части равенства (5.24) относятся к парам перпендикулярных плоских поверхностей, имеющих общее ребро. Решение для такой конфигурации поверхностей известно. Следовательно, выражение для вычисления углового коэффициента φ_{1-4} найдено.

Пример 5.4. Определить угловой коэффициент $d\varphi_{1-2}$ между площадкой dA_1 и поверхностью A_2 , взаимное расположение которых показано на рис.5.6.

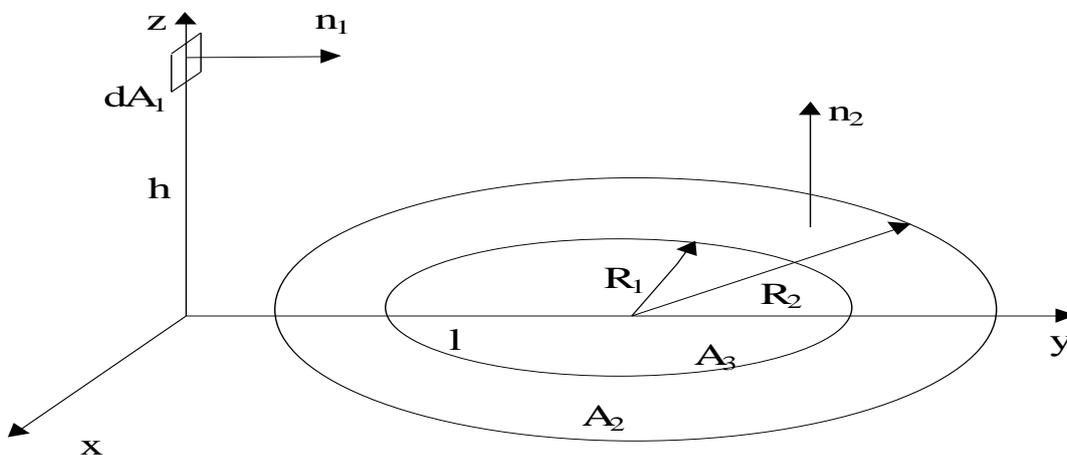


Рис.5.6 – К примеру 5.4.

Решение.

Дополнение поверхности A_2 фиктивной поверхностью A_3 позволяет рассмотреть родственную по характеру систему поверхностей площадка (dA_2) -круг $(A_2 + A_3)$. Из уравнения (5.20) следует:

$$d\varphi_{1-2} = d\varphi_{1-23} - d\varphi_{1-3}.$$

Угловые коэффициенты в правой части равенства относятся к взаимодействию площадки и круга, лежащих во взаимно перпендикулярных плоскостях. Решение для такой конфигурации известно (пример 5.2), а, следовательно, может быть определен и неизвестный угловой коэффициент $d\varphi_{1-2}$.

Пример 5.5. Замкнутая система треугольного сечения состоит из трех плоскостей конечной ширины и бесконечной длины (бесконечно длинная треугольная призма). Вывести выражение для углового коэффициента между двумя любыми плоскостями, содержащее ширину плоскостей L_1, L_2, L_3 .

Решение.

Для плоскости A_1 из соотношения замкнутости $\varphi_{1-2} + \varphi_{1-3} = 1$. Используя подобные соотношения для каждой плоскости и умножив их на соответствующие величины площадей, получим:

$$A_1 \cdot \varphi_{1-2} + A_1 \cdot \varphi_{1-3} = A_1,$$

$$A_2 \cdot \varphi_{2-1} + A_2 \cdot \varphi_{2-3} = A_2,$$

$$A_3 \cdot \varphi_{3-1} + A_3 \cdot \varphi_{3-2} = A_3.$$

Применяя соотношение взаимности к некоторым членам этих трех уравнений, получим три уравнения с тремя неизвестными угловыми коэффициентами:

$$A_1 \cdot \varphi_{1-2} + A_1 \cdot \varphi_{1-3} = A_1,$$

$$A_1 \cdot \varphi_{1-2} + A_2 \cdot \varphi_{2-3} = A_2,$$

$$A_1 \cdot \varphi_{1-3} + A_2 \cdot \varphi_{2-3} = A_3.$$

Суммируя первое и второе уравнения и вычитая третье, находим:

$$\varphi_{1-2} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2 \cdot A_1} = \frac{L_1 + L_2 - L_3}{2 \cdot L_1}.$$

Аналогично определяются все остальные угловые коэффициенты для этой системы.

5.4.3 Метод натянутых нитей

Для поверхностей, бесконечно протяженных в одном направлении и характеризующихся идентичностью всех поперечных сечений, нормальных к направлению бесконечной протяженности, существует простой метод расчета угловых коэффициентов, обоснование которого дано Хоттелем. Метод назван методом натянутых нитей.

Рассмотрим систему таких поверхностей, поперечное сечение которой представлено на рисунке 5.7. Необходимо определить угловой коэффициент φ_{1-2} системы A_1-A_2 при блокировании потока излучения другими поверхностями A_3 и A_4 . Проведем штриховую линию agf . Затем проведем штриховые линии cf и abc , чтобы дополнить конфигурацию до замкнутой системы $abcfga$, которая имеет три поверхности (плоские или выпуклые).

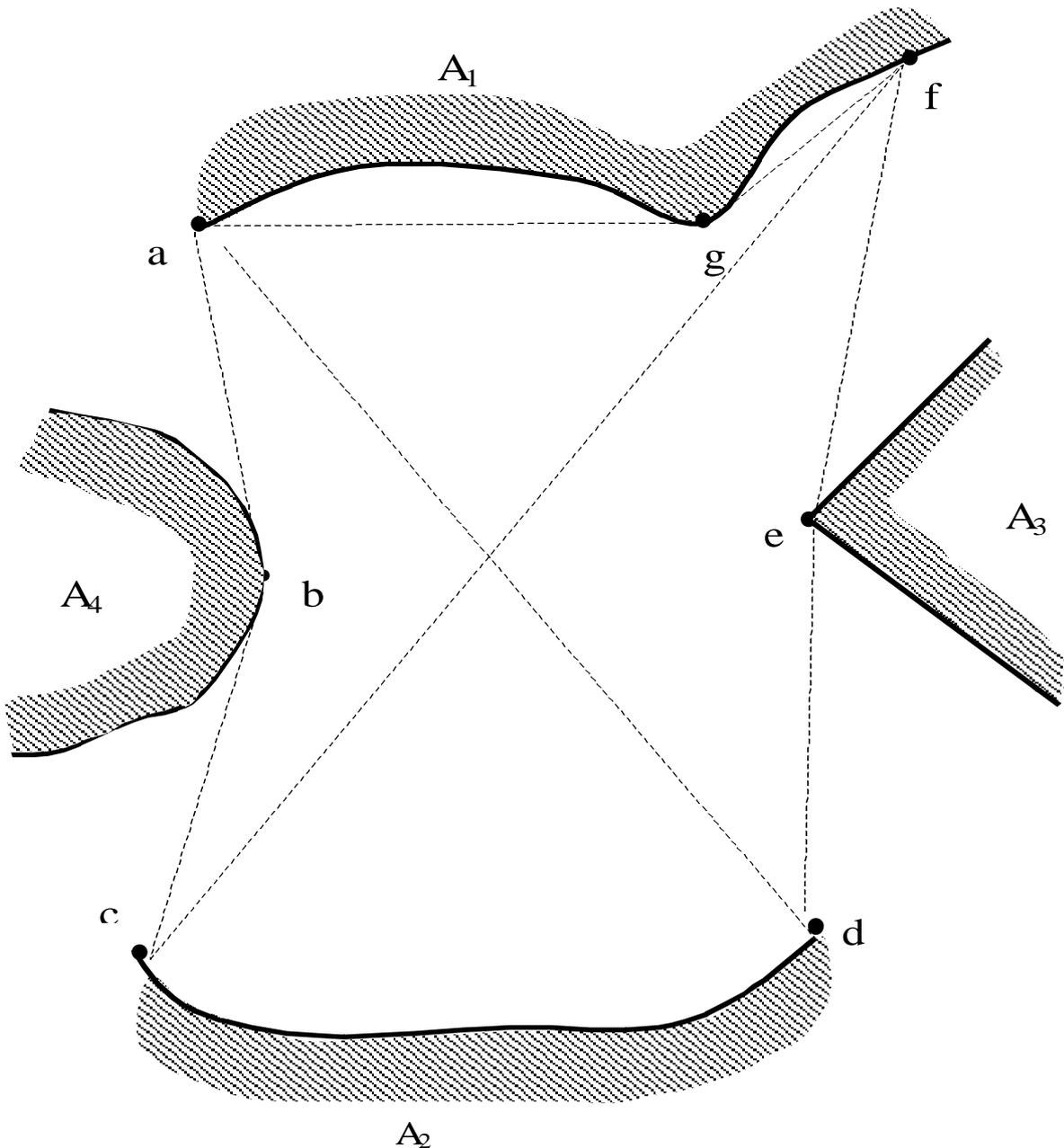


Рис.5.7 – К определению угловых коэффициентов методом натянутых нитей.

Соотношение, полученное в примере 5.5 для замкнутых систем того же типа, можно записать в виде:

$$A_{agf} \cdot \varphi_{agf-abc} = \frac{A_{agf} + A_{abc} - A_{cf}}{2}. \quad (5.25)$$

Для замкнутой системе $adefga$ подобное рассуждение приводит к выражению:

$$A_{agf} \cdot \varphi_{agf-def} = \frac{A_{agf} + A_{def} - A_{ad}}{2} \quad (5.26)$$

На основании соотношения замкнутости:

$$\varphi_{agf-abc} + \varphi_{agf-2} + \varphi_{agf-def} = 1 \quad (5.27)$$

Подставляя (5.25) и (5.26) в (5.27) получим:

$$A_{agf} \cdot \varphi_{agf-2} = \frac{A_{cf} + A_{ad} - A_{abc} - A_{def}}{2} \quad (5.28)$$

$\varphi_{2-agf} = \varphi_{2-1}$, так как A_{agf} и A_1 стягивают один и тот же телесный угол, под которым они видны с поверхности A_2 . Используя соотношение взаимности, левую часть уравнения (5.28) можно записать в виде:

$$A_{agf} \cdot \varphi_{agf-2} = A_2 \cdot \varphi_{2-agf} = A_2 \varphi_{2-1} = A_1 \varphi_{1-2}. \quad (5.29)$$

Подстановкой (5.29) в (5.28) получаем:

$$\varphi_{1-2} = \frac{A_{c-f} + A_{ad} - A_{abc} - A_{def}}{2A_1}. \quad (5.30)$$

Если штриховые линии на рисунке 5.7 считать нитями, натянутыми между внешними кромками поверхностей, то величину, стоящую в числителе выражения (5.30), можно представить как половину общей величины, образованной суммой длин пересекающихся нитей, связывающих внешние противоположные кромки A_1 и A_2 , минус сумма длин непересекающихся нитей.

5.4.4 Применение методов численного интегрирования при расчете угловых коэффициентов

При определении угловых коэффициентов излучения между поверхностями конечных размеров необходимо вычислить четырехкратные интегралы (5.15). Для некоторых видов “взаимодействующих” поверхностей интегрирование можно выполнить аналитически. Однако для поверхностей сложной формы аналитическое интегрирование часто оказывается невозможным, поэтому прибегают к численному интегрированию.

Область интегрирования, т.е. поверхности 1 и 2, разбивается на подобласти путем независимого дробления соответствующих поверхностей. Угловые коэффициенты определяют, проводя численное интегрирование. Основными методами численного интегрирования являются методы ячеек и последовательного интегрирования. При использовании метода ячеек угловой коэффициент определяется по формуле:

$$\varphi_{1-2} = \frac{1}{A_1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M d\varphi_{di-dj} \overline{x_i, y_i, x_j, y_j} \cdot \Delta A_i \cdot \Delta A_j, \quad (5.31)$$

где $\Delta A_i, \Delta A_j$ – площадь элементов разбиения; $\overline{x_i, y_i, x_j, y_j}$ – координаты точки принадлежащей i -му (j -му) элементу разбиения; $N(M)$ – число элементов на 1 -ой (2 -ой) поверхности.

Для использования формулы необходимо выбрать вид элементов разбиения и положение точек, для которых вычисляется значение интегрируемой функции, внутри элемента. В качестве элементов обычно используются прямоугольники и треугольники, а точку берут в центре тяжести элемента.

При определении углового коэффициента численным интегрированием по методу последовательного интегрирования сначала с помощью какой-либо квадратурной формулы проводят численное интегрирование по “горизонтальным прямым”, а затем по “вертикальным прямым” одной поверхности. После этого такая же процедура выполняется для другой поверхности. Расчетная формула будет иметь вид:

$$\varphi_{1-2} = \frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^{N_2} \Delta y_j \sum_{i=1}^{N_1} \Delta x_i \sum_{n=1}^{M_2} \Delta y_n \sum_{k=1}^{M_1} d\varphi_{d1-d2} \overline{x_i, y_j, x_k, y_n} \Delta x_k, \quad (5.32)$$

где $\Delta x_i, \Delta y_j, \Delta x_k, \Delta y_n$ – элементы разбиения; $\overline{x_i, y_j, x_k, y_n}$ – координаты точек принадлежащих элементам разбиения 1-ой (2-ой) поверхности; N_1, N_2 (M_1, M_2) – количество элементов разбиения по координатам для 1-ой (2-ой) поверхности.

5.4.5 Расчет угловых коэффициентов методом статистической имитации

Имитация является одной из разновидностей метода Монте-Карло. Общую идею и схему применения метода статистической имитации можно сформулировать следующим образом. Конструируется случайная величина, распределение которой зависит от искомого параметра. С помощью ЭВМ проводится моделирование построенной случайной величины, в результате которого находится набор ее реализаций. Далее по этому набору вычисляется статистическая оценка искомого параметра, которая и принимается за решение исходной задачи.

Рассмотрим применение метода статистической имитации для определения углового коэффициента. Физическая сущность метода статистической имитации при определении коэффициента состоит в следующем. На поверхность A_i случайным образом по равномерному распределению (т.к. поверхность серая изотермическая) выбирается точка, которая испускает порцию излучения с энергией q (фотон). Также случайным образом определяется направление испускания фотона: азимутальный угол φ по равномерному распределению, а угол отклонения от нормали θ (полярный угол) по распределению плотности вероятности, пропорциональной $\cos\theta \cdot \sin\theta$, в соответствии с законом Ламберта (2.9). Далее рассматривается (конструируется) случайная величина Λ : если луч проведенный в выбранном направлении из выбранной точки, попадает на поверхность A_j , то величина Λ принимает значение q , в противном случае – нулевое значение. Очевидно, что математическое ожидание введенной

случайной величины в соответствии с определением углового коэффициента равно:

$$E \Lambda = \sum \varphi_{ij} \cdot q \quad (5.33)$$

С другой стороны его можно определить, подсчитав число испущенных поверхностью A_i фотонов – N , а так же число попавших из них на поверхность A_j – n , по формуле:

$$E \Lambda = \frac{n \cdot q}{N}. \quad (5.34)$$

Тогда приближенное значение φ_{ij} равно:

$$\varphi_{ij} = \frac{E \Lambda}{q} = \frac{n}{N}. \quad (5.35)$$

Остановимся подробнее на генерации случайных величин. В основе этих процедур лежит использование стандартных подпрограмм (или подпрограмм-функций), позволяющих получать последовательности псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на интервале $[0,1]$, имеющих в программном обеспечении. Очевидно, что если требуется получить случайное значение координаты x , равномерно распределенной на интервале $[a,b]$, то с помощью случайного значения z из интервала $[0,1]$ это можно сделать следующим образом:

$$x = a + z (b-a). \quad (5.36)$$

Значение азимутального угла φ из интервала $[0,2\pi]$ определяется по формуле:

$$\varphi = 2\pi z. \quad (5.37)$$

Сложней обстоит дело с выбором случайного значения полярного угла θ , так как его величина должна быть распределена на интервале $[0,2\pi]$ с функцией плотности распределения вероятности пропорциональной $\sin\theta \cdot \cos\theta$, т.е.

$$f(\theta) = c \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta, \text{ при } 0 \leq \theta \leq \pi/2. \quad (5.38)$$

Постоянную c найдем из условия нормировки функции плотности распределения вероятности:

$$\int_0^{\pi/2} f(\theta) d\theta = \frac{c(\sin^2 \theta)}{2} \Big|_0^{\pi/2} = 1. \quad (5.39)$$

Следовательно, $c = 2$.

Интегральная функция распределения вероятности $F(\theta)$, равная в данном случае вероятности попадания значения полярного угла в интервал $[0, \theta]$, имеет вид:

$$F(\theta) = \int_0^{\theta} f(\theta) d\theta = \sin^2 \theta. \quad (5.40)$$

Моделирование на ЭВМ значений случайных величин с произвольным распределением производится путем специального пересчета значений псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на интервале $[0, 1]$. В основе этого алгоритма лежит следующее положение: если имеется случайная величина θ с интегральной функцией распределения вероятности $F(\theta)$, то величина z , связанная с θ соотношением $z = F(\theta)$, будет иметь равномерное распределение на интервале $[0, 1]$.

Тогда, для получения случайного значения полярного угла θ с заданной плотностью распределения необходимо взять случайное значение z из интервала $[0, 1]$ и найти значение θ из соотношения:

$$\theta = F^{-1}(z). \quad (5.41)$$

Для нашего случая случайное значение полярного угла определяется по формуле:

$$\theta = \arcsin \sqrt{z}. \quad (5.42)$$

Пример 5.6. Рассчитать методом статистической имитации угловой коэффициент между двумя бесконечными полосами, расположенными под углом друг к другу (рис. 5.8)

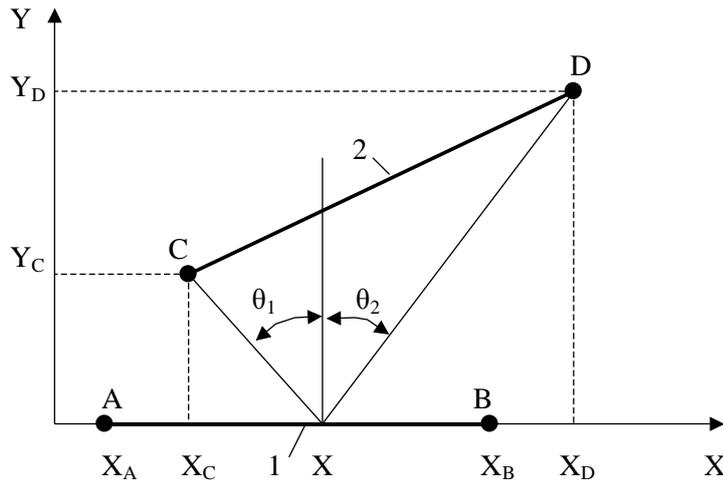


Рис.5.8 – К примеру 5.6.

Решение.

В данной задаче рассматривается ход лучей только в одной плоскости XOY , т.е. определяется угловой коэффициент между отрезками 1 и 2. Для рассматриваемой геометрии не трудно методом натянутых нитей получить аналитическое выражение для φ_{12} :

$$\varphi_{12} = \frac{\sqrt{(x_A - x_D)^2 + y_D^2} + \sqrt{(x_C - x_B)^2 + y_C^2} - \sqrt{(x_A - x_C)^2 + y_C^2} - \sqrt{(x_D - x_B)^2 + y_D^2}}{2(x_B - x_A)},$$

результат расчета, по которому можно сравнить с приближенным значением, найденным путем статистической имитации.

Рассмотрим особенности моделирования углов испускания лучей для задач, решаемых на плоскости. В отличие от излучения в пространственный телесный угол в этих задачах не рассматривается азимутальный угол φ , отсутствует множитель $\sin\theta$, а угол θ , отсчитываемый влево и вправо от нормали, изменяется от $-\pi/2$ до $\pi/2$. Поэтому случайное значение θ следует генерировать в интервале $[-\pi/2, \pi/2]$ с плотностью вероятности, пропорциональной $\cos\theta$:

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \cos\theta \text{ при } -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2.$$

Интегральная функция распределения имеет вид:

$$F(\theta) = \int_{-\pi/2}^{\theta} \frac{1}{2} \cos \theta d\theta = \frac{1}{2} (\sin \theta + 1)$$

Тогда, исходя из соотношения (5.41), значение θ рассчитывается на основе выданного датчиком псевдослучайных чисел значения z по формуле:

$$\theta = \arcsin(2z-1).$$

Луч, вышедший из случайной точки $(x,0)$, попадает на отрезок 2, если выбранное значение угла θ принадлежит интервалу $[\theta_1, \theta_2]$. Значения этих предельных углов зависят от положения x и могут быть определены по формулам:

$$\begin{cases} \theta_1 = \arctg \left[\frac{X_C - X}{Y_C} \right], \\ \theta_2 = \arctg \left[\frac{X_D - X}{Y_D} \right]. \end{cases}$$

Если полученное в результате акта испускания значение $\theta \in [\theta_1, \theta_2]$, то значение счетчика попаданий увеличивается на единицу ($n = n+1$), в противном случае – оно не изменяется. После моделирования N актов испускания рассчитывается значение углового коэффициента по формуле (5.35).

Контрольные вопросы и задачи.

1. Какие известны методы определения угловых коэффициентов? Провести их сравнительный анализ.
2. Написать программу расчета углового коэффициента методом статистической имитации для плоских бесконечных полос (пример 5.6). Сравнить значение углового коэффициента с точным значением, полученным по методу натянутых нитей.
3. Написать программу расчета углового коэффициента методом статистической имитации между элементарной площадкой и кругом радиуса R находящимся над ней на высоте H в параллельной плоскости. Произвести расчет и сравнить полученный результат с точным значением, рассчитанным по аналитической формуле.
4. Получить аналитическую зависимость для расчета углового коэффициента между элементарной площадкой и прямоугольником со

сторонами a и b ; один из углов которого находится над ней на высоте H в параллельной плоскости.

5. Для условий задачи 4 произвести расчет углового коэффициента методом статистической иммитации. Сравнить полученные результаты.

6 ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ МЕЖДУ ПОВЕРХНОСТЯМИ, РАЗДЕЛЁННЫМИ ПРОЗРАЧНОЙ СРЕДОЙ

К задачам лучистого теплообмена относятся: 1) определение потоков различных видов излучения поверхностей по заданным температурам, геометрическим размерам и свойствам; 2) определение температур поверхностей по заданным потокам излучения, геометрическим размерам и свойствам; 3) смешанные задачи, когда для одних поверхностей известны температуры, для других - лучистые потоки, а найти необходимо неизвестные лучистые потоки и температуры.

Для исследования лучистого теплообмена применяют различные методы: многократных отражений, сальдо, эффективных потоков и другие.

В методе многократных отражений следят за изменением лучистых потоков по отдельным стадиям затухания, поглощения и отражения в процессе теплообмена данной поверхности с другими поверхностями системы. Этот метод нагляден. Он вскрывает механизм протекания лучистого теплообмена. Однако, будучи весьма детальным, метод многократных отражений связан с громоздкими вычислениями. Поэтому для сложных геометрических систем его использование затруднено.

Метод сальдо и метод эффективных потоков, относятся к методам полных потоков излучения ($E_{эф.}$, $E_{пад.}$, $E_{отр.}$ и т.п.). Эти методы не могут наглядно вскрыть всю физическую картину протекания лучистого переноса теплоты, но позволяют получить расчётные данные без громоздких вычислений.

Ниже будут получены уравнения лучистого теплообмена методом сальдо, а с другими методами можно ознакомиться в литературе [1], [2], [4], [5].

6.1 Теплообмен излучением в замкнутой системе, состоящей из чёрных поверхностей

Объектом исследования является замкнутая система чёрных поверхностей, каждая из которых имеет постоянную температуру. При практическом решении задач может оказаться, что поверхности (в геометрическом смысле) не является изотермическим. В этом случае их разбивают на участки, температуры которых можно считать постоянными.

Для типичной поверхности A_k (рисунок 6.1): поток собственного излучения равен $\sigma \cdot T_k^4 \cdot A_k$; поток излучения, падающий от другой поверхности A_j , равен $\sigma \cdot T_j^4 \cdot A_j \cdot \varphi_{j-k}$; тепловой поток, который подводится от внешнего источника для поддержания её температуры постоянной, равен Q_k . Условие теплового баланса для этой поверхности будет иметь вид:

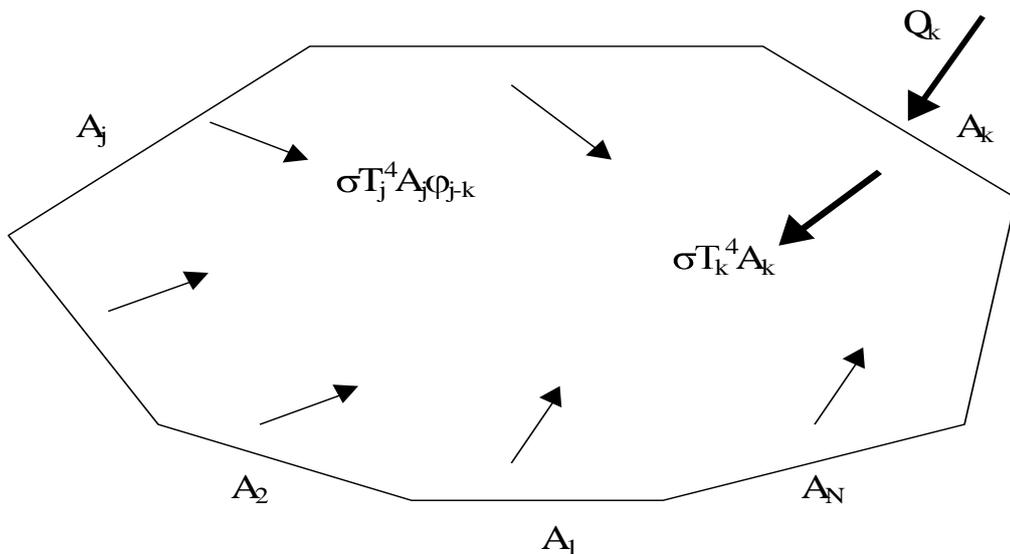


Рис.6.1 - Замкнутая система состоящая из N чёрных изотермических поверхностей.

$$Q_k = \sigma \cdot T_k^4 \cdot A_k - \sum_{j=1}^N \sigma \cdot T_j^4 \cdot A_j \cdot \varphi_{j-k}. \quad (6.1)$$

Учитывая свойства взаимности и замкнутости угловых коэффициентов, уравнение (6.1) будет иметь вид:

$$Q_k = \sigma \cdot T_k^4 \cdot A_k \cdot \sum_{j=1}^N \varphi_{k-j} - \sum_{j=1}^N \sigma \cdot T_j^4 \cdot A_k \cdot \varphi_{k-j} = \sigma \cdot A_k \cdot \sum_{j=1}^N (T_k^4 - T_j^4) \varphi_{k-j} \quad (6.2)$$

Результирующий поток теплового излучения в соответствии с определением (2.16) определится из уравнения:

$$Q_{рез.,k} = \sigma \cdot A_k \cdot \sum_{j=1}^N (T_j^4 - T_k^4) \varphi_{k-j} \quad (6.3)$$

В зависимости от заданных граничных условий существует три типа задач для рассматриваемой системы:

1. Заданы температуры для всех поверхностей ($T_i, i=1..N$). Необходимо определить результирующие потоки.
2. Заданы внешние теплопритоки для всех поверхностей ($Q_{рез.,i} = -Q_i, i=1..N$). Необходимо определить температуры поверхностей.
3. Для одних поверхностей заданы температуры ($T_i, i=1..m$), а для других- внешние теплопритоки ($Q_{рез.,i} = -Q_i, i = m+1..N$). Требуется определить неизвестные результирующие потоки и температуры.

Уравнение (6.3) позволяет найти решение этих задач либо непосредственно (1-й тип), либо в результате решения системы уравнений, записанных для каждой поверхности (2-й и 3-й тип).

Пример 6.1. Определить плотность теплового потока излучением между двумя черными бесконечными, параллельными пластинами с температурой 300 К и 77 К. Как изменится плотность теплового потока, если между пластинами расположить черный экран, параллельный пластинам? Определить температуру экрана.

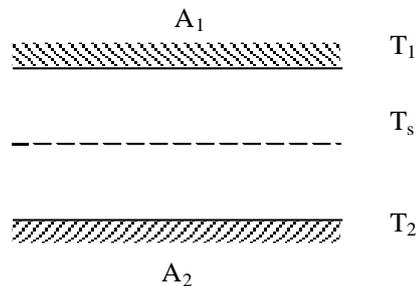


Рис.6.2 – К примеру 6.1.

Решение.

Угловые коэффициенты в данной системе можно определить на основании учета формы поверхностей и свойства замкнутости:

$$\varphi_{1-2} = \varphi_{2-1} = 1; \quad \varphi_{1-1} = \varphi_{2-2} = 0.$$

Тепловой поток между пластинами будет результирующим потоком для пластины A_2 . Из уравнения (6.3):

$$E_{1-2} = E_{\text{рез},2} = \sigma \left(T_1^4 - T_2^4 \right) \varphi_{2-1} = 5,67 \cdot 10^{-8} (300^4 - 77^4) \cdot 1 = 457,3 \text{ Вт/м}^2.$$

Если между пластинами расположен экран со стационарной температурой T_s , то результирующий поток для него $E_{\text{рез},s} = 0$ или $E_{1-s} = E_{s-2}$. Тогда:

$$\sigma \left(T_1^4 - T_s^4 \right) \varphi_{s-1} = \sigma \left(T_s^4 - T_2^4 \right) \varphi_{2-s}.$$

После преобразования получим:

$$T_s = \left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{2} \right)^{1/4} = \left(\frac{300^4 + 77^4}{2} \right)^{1/4} = 252,5 \text{ К},$$

$$E_{1-2}^s = E_{s-2}^s = E_{\text{рез},2}^s = \frac{1}{2} \sigma \left(T_1^4 - T_2^4 \right) \varphi_{2-1} = \frac{1}{2} 5,67 \cdot 10^{-8} (300^4 - 77^4) \cdot 1 = 228,7 \text{ Вт/м}^2.$$

Пример 6.2. Определить тепловой поток излучением между двумя черными сферами, одна из которых находится внутри другой. Диаметр и температура большей сферы $d_1=0,7$ м и $T_1=300$ К, а меньшей – $d_2=0,5$ м и $T_2=77$ К. Как изменится тепловой поток, если между сферами расположить сферический черный экран диаметром $d_3=0,6$ м? Определить температуру экрана.

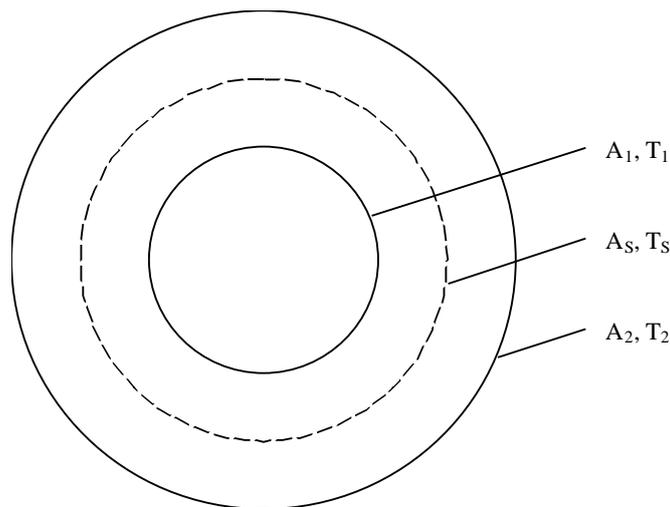


Рис.6.3 – К примеру 6.2.

Решение.

Угловые коэффициенты в данной системе определяются свойствами замкнутости и взаимности, а так же учетом выпуклой формой поверхности:

$$\varphi_{2-1} = 1; \quad \varphi_{2-2} = 0; \quad \varphi_{1-2} = \varphi_{2-1} \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2; \quad \varphi_{1-1} = 1 - \varphi_{1-2} = 1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2.$$

Тепловой поток между сферами будет результирующим потоком для сферы A_2 . Из уравнения (6.3):

$$Q_{1-2} = Q_{\text{рез},2} = A_2 \sigma \left(T_1^4 - T_2^4 \right) \varphi_{2-1} = 0,196 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(300^4 - 77^4 \right) \cdot 1 = 89,8 \text{ Вт.}$$

Если между сферами расположен экран со стационарной температурой T_s , то результирующий поток для него $Q_{\text{рез},s} = 0$ или $Q_{1-s} = Q_{s-2}$. Тогда:

$$A_s \sigma \left(T_1^4 - T_s^4 \right) \varphi_{s-1} = A_2 \sigma \left(T_s^4 - T_2^4 \right) \varphi_{s-2}.$$

После преобразования получим:

$$T_s = \left(\frac{A_s T_1^4 + A_2 T_2^4}{A_s + A_2} \right)^{1/4} = \left(\frac{0,283 \cdot 300^4 + 0,196 \cdot 77^4}{0,479} \right)^{1/4} = 263,2 \text{ К,}$$

$$Q_{1-2}^s = Q_{s-2}^s = Q_{\text{рез},2}^s = \frac{A_2}{A_s + A_2} A_2 \sigma \left(T_1^4 - T_2^4 \right) \varphi_{2-1} = \frac{0,196}{0,479} 89,8 = 36,7 \text{ Вт.}$$

6.2 Теплообмен излучением в замкнутой системе, состоящей из

диффузно-серых поверхностей

Расчёт теплообмена излучением в системе серых изотермических поверхностей более сложен, чем в системе, состоящей только из чёрных поверхностей. Усложнение связано с необходимостью учёта отраженных потоков излучения, отсутствующих в системах черных поверхностей.

6.2.1 Метод сальдо

Для типичной поверхности A_k замкнутой системы серых поверхностей определим все виды радиационных тепловых потоков

(рисунок 6.4): собственного, падающего, поглощённого, отраженного, эффективного и результирующего излучений, а также потока тепловой энергии подводимой к поверхности извне.

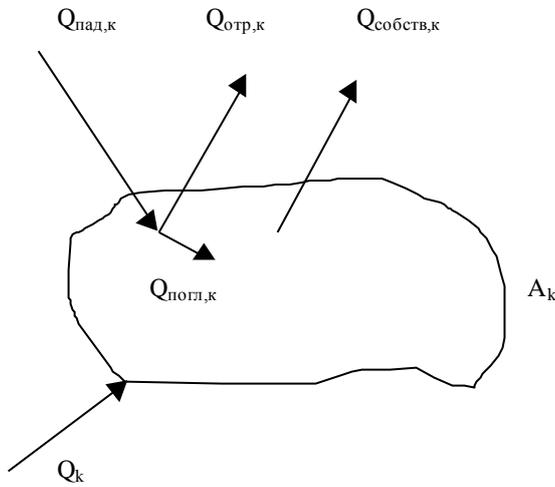


Рис. 6.4 - Схема тепловых потоков типичной серой поверхности замкнутой системы.

Условие теплового баланса для поверхности A_k имеет вид:

$$Q_k = (E_{\text{эф.},k} - E_{\text{пад.},k})A_k. \quad (6.4)$$

Или с учетом определения результирующего потока излучения:

$$Q_{\text{рез.},k} = -Q_k = (E_{\text{пад.},k} - E_{\text{эф.},k})A_k. \quad (6.5)$$

Плотность потока эффективного излучения определится как:

$$E_{\text{эф.},k} = \varepsilon_k \sigma T_k^4 + (1 - \varepsilon_k)E_{\text{пад.},k}. \quad (6.6)$$

Из уравнения (6.6) получим уравнение для плотности потока падающего излучения:

$$E_{\text{пад.},k} = (1/(1 - \varepsilon_k))(E_{\text{эф.},k} - \varepsilon_k \sigma T_k^4). \quad (6.7)$$

Другое уравнение для определения потока падающего излучения можно получить учтя, что он складывается из потоков эффективного излучения всех поверхностей замкнутой системы, достигающих поверхности A_k :

$$E_{\text{пад.},k} A_k = \sum_{j=1}^N E_{\text{эф.},j} A_j \varphi_{j-k}. \quad (6.8)$$

С учетом соотношения взаимностей для угловых коэффициентов (5.16):

$$E_{\text{пад.},k} = \sum_{j=1}^N E_{\text{эф.},j} \varphi_{k-j}. \quad (6.9)$$

Соотношения (6.7) и (6.9) дают два различных выражения для $E_{\text{пад.},k}$. Подставляя их в уравнение (6.5), получаем два основных уравнения для потока результирующего излучения, выраженного через плотность потока эффективного излучения:

$$Q_{\text{рез.},k} = A_k \frac{\varepsilon_k}{1 - \varepsilon_k} \left(E_{\text{рез.},k} - \sigma T_k^4 \right), \quad (6.10)$$

$$Q_{\text{рез.},k} = A_k \left(\sum_{j=1}^N E_{\text{эф.},j} \varphi_{k-j} - E_{\text{эф.},k} \right). \quad (6.11)$$

Уравнения (6.10) и (6.11) можно записать для каждой из N поверхностей в замкнутой системе. Это дает $2N$ уравнений с $2N$ неизвестными. N неизвестных составляют $E_{\text{эф.}}$, а остальные неизвестные будут состоять из результирующих потоков $Q_{\text{рез.}}$ и температур T в зависимости от заданных граничных условий.

6.2.2 Система уравнений, связывающих поток результирующего излучения и температуру поверхности.

Если из уравнения (6.10) выразить плотность потока эффективного излучения и подставить в (6.11), то это позволит уменьшить число уравнений и неизвестных в системе в 2 раза, что упрощает ее решение.

$$E_{\text{эф.},k} = \sigma T_k^4 + \frac{1 - \varepsilon_k}{\varepsilon_k} E_{\text{рез.},k}, \quad (6.12)$$

$$E_{\text{рез.},k} = \sum_{j=1}^N \left[\sigma T_j^4 + \frac{1 - \varepsilon_j}{\varepsilon_j} E_{\text{рез.},j} \right] \varphi_{k-j} - \sigma T_k^4 - \frac{1 - \varepsilon_k}{\varepsilon_k} E_{\text{рез.},k}. \quad (6.13)$$

После преобразования получим:

$$\frac{1}{\varepsilon_k} E_{\text{рез.},k} - \sum_{j=1}^N \frac{1 - \varepsilon_j}{\varepsilon_j} E_{\text{рез.},j} \varphi_{k-j} = \sum_{j=1}^N \sigma T_j^4 \varphi_{k-j} - \sigma T_k^4. \quad (6.14)$$

Если использовать символ Кронекера, определяемый равенствами как:

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 1 & \text{при } k = j \\ 0 & \text{при } k \neq j \end{cases},$$

то выражение (6.14) будет иметь вид:

$$\sum_{j=1}^N \left(\frac{\delta_{kj}}{\varepsilon_k} - \varphi_{k-j} \frac{1 - \varepsilon_j}{\varepsilon_j} \right) \frac{Q_{рез.,j}}{A_j} = \sum_{j=1}^N (\varphi_{k-j} - \delta_{kj}) \sigma T_j^4. \quad (6.15)$$

Когда температуры поверхностей заданы, правая часть уравнений (6.15) известна. В этом случае получается система N уравнений с N неизвестными результирующими потоками $Q_{рез.}$. Если же для одних поверхностей задана температура, а для оставшихся – результирующие потоки, то получаем совокупность из N неизвестных результирующих потоков $Q_{рез.}$ и температур T в системе из N уравнений. Если степень черноты поверхностей зависит от их температуры, то на начальном этапе необходимо задаться неизвестными температурами T , выбрать значения ε и решить систему уравнений. Полученные в результате решения значения температур T используют для уточнения значений ε и процесс повторяют до тех пор, пока рассчитанные при последующих итерациях температуры поверхностей будут отличаться от предыдущих значений на величину менее заданной.

6.2.3 Система уравнений, связывающих поток эффективного излучения и температуру поверхности

В этом варианте расчета теплообмена излучением внутри замкнутой системы определяется плотность потока эффективного излучения $E_{эф.}$ для каждой поверхности, а затем вычисляются потоки результирующего излучения $Q_{рез.}$ и температуры.

Приравняв правые части уравнений (6.10) и (6.11) получим:

$$\frac{\varepsilon_k}{1 - \varepsilon_k} (E_{эф.,k} - \sigma T_k^4) = \sum_{j=1}^N E_{эф.,j} \varphi_{k-j} - E_{эф.,k}, \quad (6.16)$$

или:

$$E_{эф.,k} - (1 - \varepsilon_k) \sum_{j=1}^N E_{эф.,j} \varphi_{k-j} = \varepsilon_k \sigma T_k^4. \quad (6.17)$$

Если использовать символ Кронекера, то получим:

Решение.

Угловые коэффициенты в системе:

$$\varphi_{1-2} = \varphi_{2-1} = 1; \quad \varphi_{1-1} = \varphi_{2-2} = 0.$$

Для определения плотности теплового потока между пластинами $E_{1-2} = E_{\text{рез.},2}$ составим систему уравнений на основании (6.10) и (6.11):

$$E_{\text{рез.},1} = \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} \left(E_{\text{эф.},1} - \sigma T_1^4 \right)$$

$$E_{\text{рез.},2} = \frac{\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} \left(E_{\text{эф.},2} - \sigma T_2^4 \right)$$

$$E_{\text{рез.},1} = E_{\text{эф.},2} - E_{\text{эф.},1},$$

$$E_{\text{рез.},2} = E_{\text{эф.},1} - E_{\text{эф.},2}.$$

Решив систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными получим:

$$E_{1-2} = E_{\text{рез.},2} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} \sigma \left(T_1^4 - T_2^4 \right) = 0,15 \cdot 457,3 = 70,4 \text{ Вт/м}^2.$$

Величину $\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2}$ называют приведенной степенью

черноты для рассматриваемой системы.

Если между пластинами расположен экран со стационарной температурой T_s , то результирующий поток для него $E_{\text{рез.},s} = 0$ и $E_{1-s} = E_{s-2}$. Тогда:

$$\varepsilon_{1,s} \sigma \left(T_1^4 - T_s^4 \right) = \varepsilon_{s,2} \sigma \left(T_s^4 - T_2^4 \right).$$

После преобразования получим:

$$T_s = \left(\frac{\varepsilon_{1,s} T_1^4 + \varepsilon_{s,2} T_2^4}{\varepsilon_{1,s} + \varepsilon_{s,2}} \right)^{1/4} = \left(\frac{0,20 \cdot 300^4 + 0,14 \cdot 77^4}{0,20 + 0,14} \right)^{1/4} = 264 \text{ К},$$

$$E_{1-2}^s = E_{s-2} = E_{\text{рез.},2}^s = \frac{\varepsilon_{1,s} \varepsilon_{s,2}}{\varepsilon_{1,s} + \varepsilon_{s,2}} \sigma \left(T_1^4 - T_2^4 \right) = 0,08 \cdot 457,3 = 37,6 \text{ Вт/м}^2.$$

Пример 6.4. Определить тепловой поток излучением между двумя серыми сферами, одна из которых находится внутри другой. Диаметр, степень черноты и температура большей сферы: $d_1=0,7$ м, $\varepsilon_1=0,4$ и $T_1=300$ К, а меньшей – $d_2=0,5$ м, $\varepsilon_2=0,2$ и $T_2=77$ К. Как изменится тепловой поток, если между сферами расположить сферический серый экран

диаметром $d_s=0,6$ м со степенью черноты $\varepsilon_s=0,3$? Определить температуру экрана.

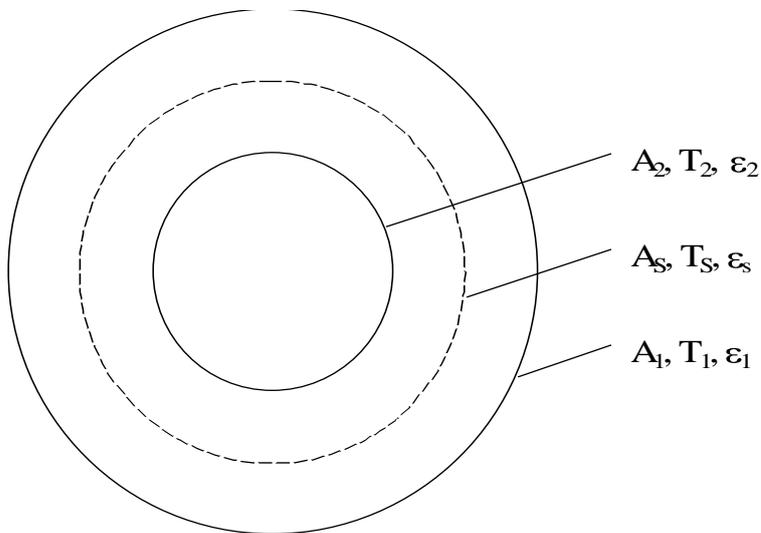


Рис.6.6 – К примеру 6.4.

Решение.

Угловые коэффициенты в системе:

$$\varphi_{1-2} = \frac{A_2}{A_1}; \quad \varphi_{1-1} = 1 - \frac{A_2}{A_1}; \quad \varphi_{2-1} = 1; \quad \varphi_{2-2} = 0.$$

Для определения теплового потока между поверхностями $Q_{1-2} = Q_{рез.,2}$ составим систему уравнений на основании (6.10) и (6.11):

$$Q_{рез.,1} = A_1 \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} \left(\epsilon_{эф.,1} - \sigma T_1^4 \right)$$

$$Q_{рез.,2} = A_2 \frac{\varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} \left(\epsilon_{эф.,2} - \sigma T_2^4 \right)$$

$$Q_{рез.,1} = A_2 \left(\epsilon_{эф.,2} - E_{эф.,1} \right)$$

$$Q_{рез.,2} = A_2 \left(\epsilon_{эф.,1} - E_{эф.,2} \right)$$

Решив систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными, получим:

$$Q_{1-2} = Q_{рез.,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{A_2}{A_1} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right)} A_2 \sigma \left(T_1^4 - T_2^4 \right) = 0,17 \cdot 89,6 = 15,6 \text{ Вт.}$$

Величину $\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{A_2}{A_1} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right)}$ называют приведенной степенью

черноты для рассматриваемой системы.

Если между сферами расположен экран со стационарной температурой T_s , то результирующий поток для него $Q_{\text{рез.,s}}=0$ или $Q_{1-s} = Q_{s-2}$. Тогда:

$$T_s = \left(\frac{\varepsilon_{1,s} A_s T_1^4 + \varepsilon_{s,2} A_2 T_2^4}{\varepsilon_{1,s} A_s + \varepsilon_{s,2} A_2} \right)^{1/4} = \left(\frac{0,099 \cdot 300^4 + 0,038 \cdot 77^4}{0,099 + 0,038} \right)^{1/4} = 277 \text{ К},$$

$$Q_{s-2} = Q_{s-2} = Q_{\text{рез.,2}} = \frac{\varepsilon_{1,s} \varepsilon_{s,2} A_s}{\varepsilon_{1,s} A_s + \varepsilon_{s,2} A_2} A_2 \sigma (T_1^4 - T_2^4) = 0,11 \cdot 89,8 = 9,3 \text{ Вт}.$$

Пример 6.5. Между двумя бесконечными параллельными поверхностями с температурами $T_1=300 \text{ К}$ и $T_2=77 \text{ К}$ расположены 20 плоских бесконечных экранов. Определить плотность теплового излучения между поверхностями, если степень черноты поверхностей и экранов с обеих сторон одинакова $\varepsilon=0,3$.

Решение.

На основании решения, полученного при решении примера 6.3, уравнение для плотности потока излучения между двумя соседними поверхностями будет иметь вид:

$$E_{1-s1} = \varepsilon_{\text{пр.}} \sigma (T_1^4 - T_{s1}^4)$$

$$E_{s1-s2} = \varepsilon_{\text{пр.}} \sigma (T_{s1}^4 - T_{s2}^4)$$

.....

$$E_{sN-2} = \varepsilon_{\text{пр.}} \sigma (T_{sN}^4 - T_2^4)$$

где $\varepsilon_{\text{пр.}} = \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon} = 0,176$.

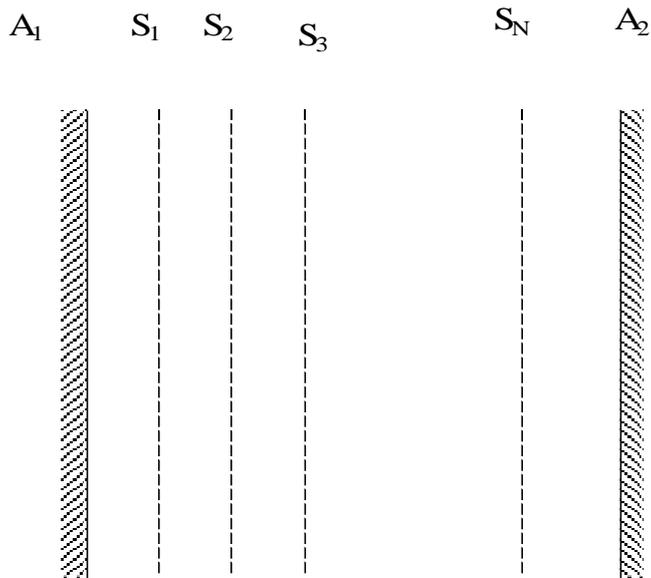


Рис. 6.7 – К примеру 6.5.

Т.к. система находится в стационарном состоянии, плотности потоков излучением между поверхностями одинаковы. После преобразования получим:

$$E_{1-2} = E_{SN-2} = \frac{1}{N+1} \varepsilon_{\text{пр}} \sigma (T_1^4 - T_2^4) = \frac{1}{21} \cdot 0,176 \cdot 457,3 = 3,8 \text{ Вт/м}^2.$$

6.2.4 Применение ЭВМ при решении задач теплообмена излучением

Для системы, состоящей из большого числа поверхностей, получается большое число уравнений вида (6.15) или (6.19). Для решения таких систем уравнений целесообразно использование компьютерных программ для решения систем уравнений с постоянными коэффициентами, реализующих какой-либо численный метод.

Систему уравнений, подобную (6.19), можно записать в компактном виде. Обозначим известные величины в правой части уравнения через c_k , а величины в скобках в левой части уравнений через a_{kj} , тогда система из N уравнений может быть записана в виде:

$$\sum_{j=1}^N a_{kj} E_{\text{эф},j} = c_k, \tag{6.20 а)}$$

$$a_{kj} = \begin{cases} \delta_{kj} - (1 - \varepsilon_k) \varphi_{k-j} & \text{при } k = 1, \dots, m, \\ \varphi_{k-j} - \delta_{kj} & \text{при } k = m + 1, \dots, N. \end{cases} \quad (6.20 \text{ б})$$

$$c_k = \begin{cases} \varepsilon_k \sigma T_k^4 & \text{при } k = 1, \dots, m, \\ \frac{Q_{\text{рез},k}}{A_k} & \text{при } k = m + 1, \dots, N. \end{cases} \quad (6.20 \text{ в})$$

В матричной форме такая система имеет вид:

$$A \cdot E_{\text{эф.}} = C, \quad (6.21)$$

где A - квадратная матрица размером $N \times N$ коэффициентов вида (6.20 б); C - вектор-столбец правых частей вида (6.20 в); $E_{\text{эф.}}$ - вектор-столбец неизвестных с N компонентами. Такая система может быть решена, например методом Гаусса.

В ряде случаев расчет теплообмена излучения проводят в рамках общего анализа теплового режима, изменяющегося во времени (нестационарная задача). В этом случае для каждого момента времени необходимо решать систему алгебраических уравнений (6.20). В случае когда степень черноты ε_k не зависят от температуры, коэффициенты матрицы A постоянны во времени. Поэтому при реализации численной схемы для решения такой задачи целесообразно применить обращение матрицы A , которое выполняется один раз. Потоки эффективного излучения находят по формулам:

$$E_{\text{эф.}} = A^{-1} \cdot C, \quad (6.22)$$

Этот метод также применим к системе уравнений (6.15).

В случае, если степень черноты ε_k поверхностей зависит от их температуры, задача усложняется. Для нахождения решения на каждом шаге по времени необходимо задаться температурами поверхностей, для которых они неизвестны, определить их степень черноты и вычислить коэффициенты матрицы. После этого по методу, изложенному выше, находят решение системы. Определенные значения температур сравнивают с заданными. При их незначительном отличии (величину допустимого различия задают) решение считается найденным. Если же отличие температур хотя бы для одной поверхности больше заданного, найденные значения используют для определения ε_k , а затем вычисляют новые значения температур. Итерации выполняют до тех пор, пока

различия между заданными и вычисленными температурами для всех поверхностей не станут меньше заданной максимально допустимой величины.

6.3 Теплообмен излучением в замкнутой системе, образованной поверхностями со свойствами, зависящими от длины волны.

В некоторых задачах (например, расчет теплообмена излучением поверхностей с селективным покрытием) использованные понятия серой поверхности приводит к большим погрешностям расчета. Для увеличения точности расчета необходимо учитывать зависимость свойств поверхности от ее температуры и длины волны излучения.

В общем случае уравнения теплового баланса, полученные для черных и серых поверхностей, остаются справедливыми для энергии излучения в каждом интервале длин волн $d\lambda$. Однако заданные граничные условия обычно относятся к энергии интегрального излучения, и правильное применение граничных условий требует осторожности. Так например, на некоторую адиабатическую поверхность падает интегральный поток излучения $Q_{\text{пад.}}$, а исходит от нее поток эффективного излучения $Q_{\text{эф.}}$, равный сумме потоков собственного и отраженного излучений. Так как поверхность адиабатическая, то

$$Q_{\text{рез.}} = Q_{\text{пад.}} - Q_{\text{эф.}} = 0. \quad (6.23)$$

Однако для данной длины волны потоки падающего и эффективного излучений не обязательно одинаковы, так что в общем случае

$$dQ_{\lambda, \text{рез.}} = dQ_{\lambda, \text{пад.}} - dQ_{\lambda, \text{эф.}} \neq 0. \quad (6.24)$$

При данной длине волны, поток dQ_{λ} может сильно отличаться от нуля для адиабатической поверхности вследствие зависимости свойств поверхности от длины волны и изменения спектрального распределения энергии падающего излучения.

В общем случае энергия интегрального излучения, подводимая к поверхности, определится из уравнения

$$Q_{\text{рез.}} = \int_{\lambda=0}^{\infty} dQ_{\lambda, \text{рез.}} = \int_{\lambda=0}^{\infty} (dQ_{\lambda, \text{пад.}} - dQ_{\lambda, \text{эф.}}). \quad (6.25)$$

Поток Q либо задается как граничное условие, либо является определяемой величиной при известной температуре поверхности.

Пример 6.6: Определить потоки результирующего излучения для двух бесконечных пластин из вольфрама с заданными температурами $T_1=2000$ К и $T_2=4000$ К. Зависимость полусферической спектральной степени черноты вольфрама от температуры поверхности и длины волны излучения представлена на рис. 6.8

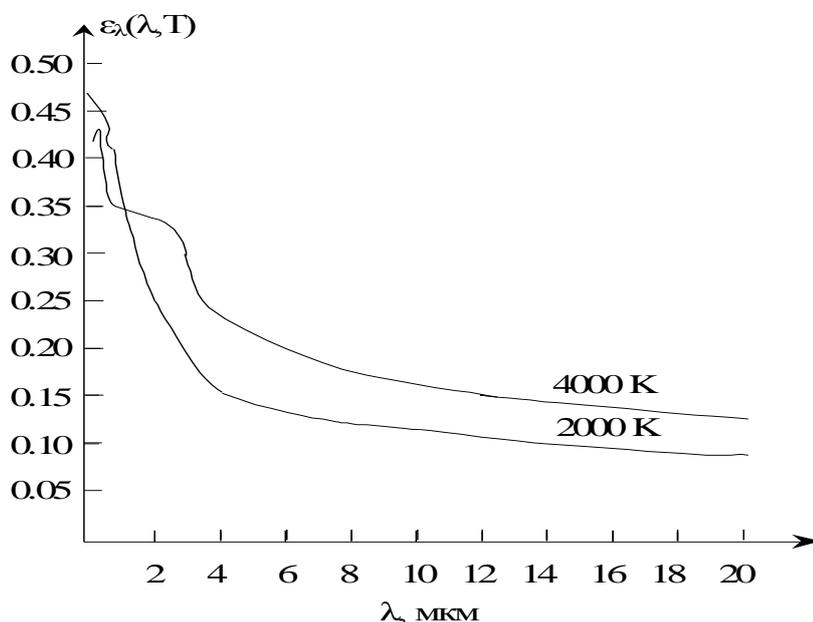


Рис.6.8 - Полусферическая спектральная степень черноты вольфрама.

Решение.

Из уравнений (6.5) и (6.6) плотности потоков результирующего излучения для поверхности 1 в интервале длин волн $d\lambda$ записывается в виде:

$$dE_{\lambda, \text{рез.}, 1} = dE_{\lambda, \text{пад.}, 1} - dE_{\lambda, \text{эф.}, 1}, \quad (6.26)$$

$$dE_{\lambda, \text{эф.}, 1} = \varepsilon_{\lambda, 1} \cdot E_{0\lambda, 1}(\lambda, T_1) d\lambda + (1 - \varepsilon_{\lambda, 1}) dE_{\lambda, \text{пад.}, 1}. \quad (6.27)$$

Исключив из (6.26) и (6.27) $dE_{\lambda, \text{пад.}, 1}$, получим:

$$dE_{\lambda, \text{рез},1} = \frac{\varepsilon_{\lambda,1}}{1 - \varepsilon_{\lambda,1}} \left[E_{\lambda, \text{эф},1} - E_{0\lambda,1}(\lambda, T_1) \right] d\lambda \quad (6.28)$$

Для бесконечных параллельных пластин $\varphi_{1-2} = \varphi_{2-1} = 1$ и $E_{\lambda, \text{эф},1} = E_{\lambda, \text{пад},2}$, $E_{\lambda, \text{эф},2} = E_{\lambda, \text{пад},1}$. Тогда уравнение (6.26) принимает вид:

$$dE_{\lambda, \text{рез},1} = dE_{\lambda, \text{эф},2} - dE_{\lambda, \text{эф},1} \quad (6.29)$$

Для поверхности 2 уравнение записывается аналогично. Исключив из них потоки эффективного излучения получим:

$$dE_{\lambda, \text{рез},1} = -dE_{\lambda, \text{рез},2} = \frac{E_{0\lambda,2}(\lambda, T_2) - E_{0\lambda,1}(\lambda, T_1)}{\frac{1}{\varepsilon_{\lambda,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{\lambda,2}} - 1} d\lambda \quad (6.30)$$

Интегральный поток результирующего излучения получим интегрированием (6.30) по всем длинам волн:

$$E_{\text{рез},1} = -E_{\text{рез},2} = \int_0^{\infty} \frac{E_{0\lambda,2}(\lambda, T_2) - E_{0\lambda,1}(\lambda, T_1)}{\frac{1}{\varepsilon_{\lambda,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{\lambda,2}} - 1} d\lambda \quad (6.31)$$

Численное интегрирование этого выражения дает результат $E_{\text{рез},1} = 3 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2$, который отличается от результата для серых поверхностей при тех же условиях на 10%.

Решение задачи, рассмотренной выше, требует интегрирования по всему спектру для вычисления результирующего интегрального потока излучения. При практическом решении задач можно применять упрощенный метод, который позволяет с приемлемой точностью определять интегральные потоки, не осуществляя интегрирования. Один из таких методов называется приближением спектральных полос. Суть этого метода состоит в разбиении спектра на небольшое количество участков, в пределах которых радиационные свойства поверхности постоянны, а, следовательно, замене одного интеграла по всему спектру на сумму интегралов по его частям.

Пример 6.7. Найти решение примера 6.6 с помощью приближения спектральных полос.

Решение.

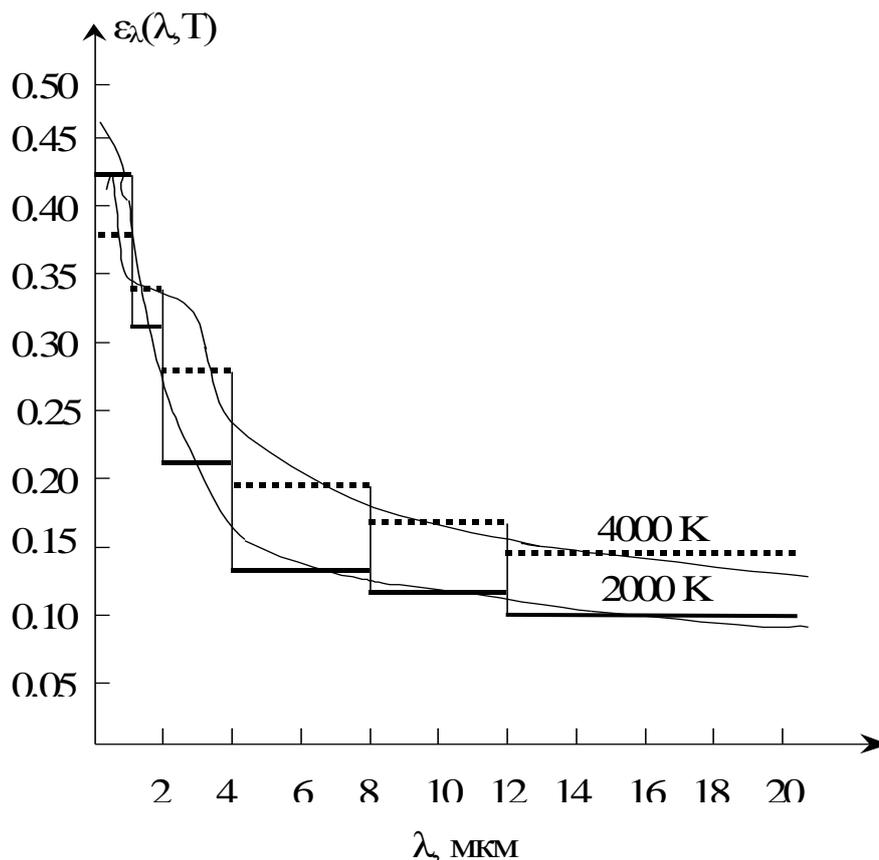


Рис.6.9 Применение приближения спектральных полос для степени черноты вольфрама.

Проведем разбиение спектра на интервалы. Для каждого интервала в соответствии с рисунком 6.9 определим степень черноты $\varepsilon_{\Delta\lambda,1}$ и $\varepsilon_{\Delta\lambda,2}$ и определим приведенную степень черноты $\varepsilon_{\Delta\lambda}$, из уравнения:

$$\varepsilon_{\Delta\lambda} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{\Delta\lambda,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{\Delta\lambda,2}} - 1}. \quad (6.32)$$

Плотность потока результирующего излучения, для точного расчета которой использовалось уравнение (6.31) можно определить как:

$$E_{\text{рез},1} = \sum_{i=0}^N \varepsilon_{\Delta\lambda,i} \left(\int_{\lambda_i}^{\lambda_{i+1}} E_{0\lambda,2} d\lambda - \int_{\lambda_i}^{\lambda_{i+1}} E_{0\lambda,1} d\lambda \right). \quad (6.33)$$

Для определения интегралов в уравнении (6.33) можно взять средние арифметические значения плотности потока спектрального излучения черного тела в интервале $\Delta\lambda$. Для получения большей точности для больших интервалов $\Delta\lambda$ эти значения могут быть вычислены с

использованием радиационных функций для черного тела согласно зависимости (3.11).

Результат расчетов плотности результирующего потока представлен в таблице

λ, МКМ	ε _{Δλ} ,			E ₀ ,		E _{рез} 10 ⁶ Вт/м ²
	1	2	ε _{Δλ}	Δλ,1, 10 ⁷ Вт/м ²	Δλ,2, 10 ⁷ Вт/м ²	
0-1	45	10	0,2	0,0	0,6	1,8
1-2	00	35	0,1	0,0	0,5	0,9
2-4	00	35	0,1	37	0,1	55
4-8	95	90	0,0	0,0	0,0	0,1
8-	00	05	0,0	34	0,0	81
12	40	05	0,0	0,0	0,0	0,0
2-	00	05	0,0	11	0,0	19
20	15	60	0,0	0,0	0,0	0,0
>2	15	60	0,0	02	0,0	01
0	95	40	0,0	~0	0,0	~0
	~0	~0	~0	~0	~0	~0
Сумма						3,0
						39

Таким образом, приближенное решение с использованием семи интервалов дает ошибку менее 2% по сравнению с решением, в котором проводилось численное интегрирование.

Контрольные вопросы и задачи.

1. Верхняя и нижняя стены оболочки кубической полости имеют температуру T_1 , а четыре боковые стены — температуру T_2 и степень черноты E_2 . Вывести формулы для расчета плотности потоков результирующего излучения для стен оболочки.

2. Длинная V-образная полость шириной l (длина значительно больше ширины) и глубиной h образована поверхностями с температурой T и степенью черноты E . Излучение, поступающее в полость из внешней

среды, не учитывается. Определить поток излучения полости на единицу длины во внешнюю среду.

3. Диаметры внутренней и наружной оболочек сосуда дьюара, равны 0,5 м и 0,7 м соответственно. Температура наружной оболочки 300 К. Сосуд заполняют жидким азотом. Температуры поверхностей внутренней оболочки, соприкасающихся с жидким азотом и с парами азота, равны соответственно 77 К и 90 К. Степень черноты всех поверхностей $\varepsilon=0,1$. Определить зависимость радиационного теплового потока от уровня азота в сосуде и построить её график. Определить продолжительность испарения азота из полностью заполненного сосуда (при расчетах конвективным и кондуктивным тепловыми потоками, а также радиационным тепловым потоком во внутренней оболочке пренебречь).

4. В опытной установке для определения степени черноты тел, вольфрамовая проволока диаметром 3 мм и длиной 20 см помещена в вакуумную камеру, поверхность которой велика по сравнению с поверхностью проволоки. Температура поверхности камеры поддерживается постоянной и равной 300 К. При нагреве проволоки до температур 1300, 1800, 2300 К затрачивалась электрическая мощность 45, 237, 839 Вт соответственно. Определить степень черноты вольфрама при этих температурах и построить график зависимости степени черноты от температуры.

7 ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ДРУГИХ ВИДОВ ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ

Ранее рассматривался переноса тепла излучением в отсутствие процессов конвективной теплопередачи и теплопроводности. Во многих реальных системах, кроме излучения, тепло может переноситься также и этими способами. Следовательно, необходим их учет при проведении расчетов.

Рассмотрим некоторые примеры такого сложного теплообмена. Охлаждение стальных полос на сталелитейных заводах осуществляется тепловым излучением к пакету холодных труб, под которыми движется

полоса, а также конвективной теплоотдачей к воздушному потоку. При проведении тепловых расчетов необходимо учесть оба этих механизма.

В сосуде Дьюара тепло конвекцией подводится к наружной стенке сосуда, далее передается теплопроводностью через стенку, теплопроводностью по остаточному газу и излучением через вакуумированную полость между стенками, теплопроводностью через внутреннюю стенку и конвекцией к жидкости внутри сосуда.

В одних случаях процессы передачи тепла рассматриваются как параллельные, а в других как последовательные, или же по комбинированной последовательно-параллельной схеме.

Различные виды переноса тепла зависят от температуры, возведенной в разные степени. При рассмотрении теплообмена излучения между черными поверхностями потоки энергии зависят от температур поверхностей в четвертой степени. Для не черных поверхностей показатель степени при температуре может несколько отличаться от четырех, поскольку степень черноты изменяется с температурой. При наличии теплопроводности зависимость теплового потока от локального градиента температура описывается законом Фурье, что приводит к появлению производных от первой степени температуры (когда коэффициент теплопроводности не зависит от температуры). При наличии конвекции появляется тепловой поток, который приблизительно пропорционален разности первых степеней температур; более точный показатель степени зависит от типа течения. Например; при свободной конвекции тепловой поток зависит от разности температур в степени 1,25–1,4. Учет влияния температуры на физические свойства тел приводит к дополнительной зависимости тепловых потоков от температуры. Наличие столь различных степеней при температуре означает, что уравнения, будут существенно нелинейные. За исключением самых простых случаев, для их решения необходимо использовать численные методы. Для каждой такой задачи требуются свои, наиболее эффективные методы решения, с которыми можно познакомиться в соответствующей литературе. Поэтому, мы не будем их здесь рассматривать, а уделим внимание методам составления энергетического баланса и физической сути задачи.

Пример 7.1. Две бесконечные параллельные черные пластины разделены средой толщиной δ с коэффициентом теплопроводности λ .

Определить плотность теплового потока между пластинами, если их температуры T_1, T_2 .

Решение.

Тепловой поток складывается из радиационной (Q_R) и кондуктивной (Q_C) составляющих. Кроме того, он равен потоку энергии, который необходимо подвести к пластине 1, чтобы обеспечить для нее стационарный режим:

$$Q_1 = Q_R + Q_C.$$

Плотность потока теплового излучения между пластинами

$$E_R = \sigma (T_1^4 - T_2^4),$$

а плотность потока энергии, переносимой за счет теплопроводности

$$q_C = \frac{\lambda}{\delta} (T_1 - T_2).$$

Полная плотность потока энергии равна сумме отдельных составляющих:

$$q_1 = E_R + q_C = \sigma (T_1^4 - T_2^4) + \frac{\lambda}{\delta} (T_1 - T_2).$$

Пример 7.2. Рассмотрим с другой точки зрения предыдущий пример, т.е. все геометрические условия и свойства такие же, но известны тепловой поток подводимый к поверхности 1 и температура поверхности 2. Определить температуру T_1 поверхности 1.

Решение.

Запишем тоже самое уравнение энергии, что и в примере 7.1, перенеся неизвестное значение температуры в левую часть

$$\sigma T_1^4 - \frac{\lambda}{\delta} T_1 = \sigma T_2^4 + \frac{\lambda}{\delta} T_2 + q_1.$$

Полученное уравнение нелинейно относительно T_1 . Его решение (корень уравнения) может быть найдено каким-либо численным методом, например методом половинного деления.

Пример 7.3. Известны плотности подводимых потоков энергии к поверхностям системы, состоящей из двух бесконечных параллельных пластин из вольфрама. Радиационные свойства вольфрама зависят от температуры и длины волны (рис.6.8). Определить температуры поверхностей.

Решение.

Уравнения теплообмена точно такие же, как в примере 7.1. Однако, в данном случае температуры поверхностей неизвестны. Следовательно, неизвестны и степени черноты поверхностей вследствие их зависимости от температуры. Можно предложить следующий порядок решения этой задачи. Задается температура поверхностей. Для каждой из них вычисляется плотность потока результирующего монохроматического излучения $dE_{\lambda, \text{рез.}}$. Затем интегрированием определяют плотности потоков результирующего интегрального излучения, которые сравнивают с заданными граничными условиями. Уточняют значения температур поверхностей и процедуру повторяют до совпадения (малого отличия) заданных и определенных значений потоков. Уточнение температур для последующих итераций должно производиться с учетом зависимости от них радиационных свойств и оценки влияния температур на тепловые потоки в системе, сделанной на основании предыдущих итераций.

Пример 7.4. К внутренней стенке диаметром d_1 тонкого кольцевого ребра толщиной δ (рис.7.1) подводится тепловая энергия, вследствие чего ее температура T_1 . Наружная кромка диаметром d_2 теплоизолированная. Ребро изготовлено из материала с коэффициентом теплопроводности λ , степенью черноты поверхности ε и находится в вакууме. Окружающее пространство имеет температуру $T_e=0$. Найти распределение температуры по радиусу кольцевого диска.

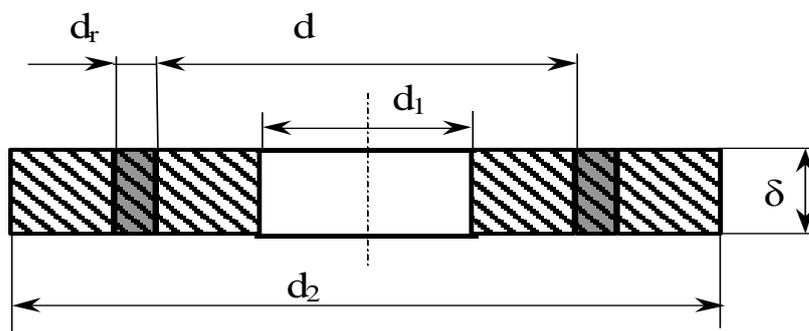


Рис.7.1 – К примеру 7.4.

Решение.

Будем считать диск достаточно тонким, таким что температуру по его толщине можно считать постоянной. Баланс энергии для любого кольцевого элемента шириной dr можно представить в виде

$$Q_r = Q_{r+dr} + Q_R,$$

где Q_r и Q_{r+dr} – подводимый к элементу и отводимый от него тепловые потоки теплопроводностью, Q_R – тепловой поток излучением с поверхности элемента.

Таким образом:

$$Q_r = -\lambda \frac{dT}{dr} (2\pi r \delta),$$

$$Q_{r+dr} = -\lambda \frac{dT}{dr} (2\pi r \delta) + \frac{d}{dr} \left[-\lambda \frac{dT}{dr} (2\pi r \delta) \right] dr,$$

$$Q_R = \varepsilon \sigma T^4 4\pi r dr.$$

При постоянных ε и λ уравнение теплового баланса примет вид:

$$\lambda \delta \frac{d}{dr} \left(\frac{r dT}{dr} \right) - 2\varepsilon r \sigma T^4 = 0.$$

Необходимо решить это уравнение относительно распределения температуры $T(r)$ при следующих граничных условиях: на внутренней кромке $T=T_1$ при $r=r_1$ и на внешней кромке, где отсутствует тепловой поток, $\frac{dT}{dr}=0$ при $r=r_2$. Решение можно получить численным методом.

Пример 7.5. Газ с температурой T_e обтекает длинное тонкое ребро постоянного сечения длиной l и отводит от него тепло путем конвекции. Окружающая среда, в которую ребро излучает, также имеет температуру T_e . Ребро имеет поперечное сечение площадью f и периметром P . Температура у основания ребра T_1 . Ребро длинное, что позволяет считать температуру на конце ребра T_e . Степень черноты поверхности ребра ε . Коэффициент теплообмена на поверхности ребра α .

Решение.

Считая температуру по толщине ребра постоянной, уравнение энергетического баланса для элементарного участка ребра длиной dx примет вид:

$$-\lambda \frac{dT}{dx} f = -\lambda \frac{dT}{dx} f + \frac{d}{dx} \left(-\lambda \frac{dT}{dx} f \right) dx + \varepsilon \sigma (T^4 - T_e^4) P dx + \alpha (T - T_e) P dx,$$

или после преобразований:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{\varepsilon\sigma}{\lambda f} (T^4 - T_e^4) + \frac{\alpha P}{\lambda f} (T - T_e)$$

Температурное поле ребра $T(x)$ при граничных условиях $T=T_1$ при $x=0$ и $T=T_e$ при $x=l$ может быть определено численным методом.

Приложение А

Функции излучения черного тела

$\lambda T,$ м·К	$E_{0\lambda}/T^5,$ Вт/(м ³ ·К ⁵)	$F_{0-\lambda T}$	$(f_{0-\lambda T})_n$ $(f_{0-\lambda T})_{n-1}$
0,05556·10 ⁻²	0,400·10 ⁻¹⁰	0,170·10 ⁻⁷	0
0,06111	0,261·10 ⁻⁹	0,136·10 ⁻⁶	0,119·10 ⁻⁶
0,06667	0,120·10 ⁻⁸	0,756·10 ⁻⁶	0,620·10 ⁻⁶
0,07222	0,424·10 ⁻⁸	0,317·10 ⁻⁵	0,241·10 ⁻⁵
0,07778	0,00122·10 ⁻⁵	0,106·10 ⁻⁴	0,748·10 ⁻⁵
0,08333·10 ⁻²	0,00296·10 ⁻⁵	0,301·10 ⁻⁴	0,194·10 ⁻⁴
0,08889	0,00630	0,738·10 ⁻⁴	0,437·10 ⁻⁴
0,09444	0,01205	0,161·10 ⁻³	0,876·10 ⁻⁴
0,10000	0,02111	0,321·10 ⁻³	0,00016
0,10556	0,03434	0,589·10 ⁻³	0,00027
0,11111·10 ⁻²	0,05254·10 ⁻⁵	0,00101	0,00042
0,11667	0,07626	0,00164	0,00063
0,12222	0,10587	0,00252	0,00089
0,12778	0,14142	0,00373	0,00121
0,13333	0,18275	0,00531	0,00158
0,13889·10 ⁻²	0,22945·10 ⁻⁵	0,00733	0,00202
0,14444	0,28091	0,00983	0,00250
0,15000	0,33639	0,01285	0,00302
0,15556	0,39505	0,01643	0,00358
0,16111	0,45602	0,02060	0,00417
0,16667·10 ⁻²	0,51841·10 ⁻⁵	0,02537	0,00477
0,17222	0,58135	0,03076	0,00539
0,17778	0,64404	0,03677	0,00600
0,18333	0,70573	0,04338	0,00661
0,18889	0,76578	0,05059	0,00721
0,19444·10 ⁻²	0,82362·10 ⁻⁵	0,05838	0,00779

$\lambda T,$ м·К	$E_{0\lambda}/T^5,$ $B_T/(m^3 \cdot K^5)$	$F_{0-\lambda T}$	$(f_{0-\lambda T})_n$ $(f_{0-\lambda T})_{n-1}$
0,20000	0,87878	0,06672	0,00834
0,20556	0,93088	0,07559	0,00887
0,21111	0,97963	0,08496	0,00936
0,21667	1,0248	0,09478	0,00982
$0,22222 \cdot 10^{-2}$	$1,0663 \cdot 10^{-5}$	0,10503	0,01025
0,22778	1,1039	0,11567	0,01064
0,23333	1,1378	0,12665	0,01099
0,23889	1,1678	0,13795	0,01130
0,24444	1,1942	0,14953	0,01158
$0,25000 \cdot 10^{-2}$	$1,2169 \cdot 10^{-5}$	0,16135	0,01182
0,25556	1,2361	0,17337	0,01202
0,26111	1,2519	0,18556	0,01219
0,26667	1,2645	0,19789	0,01233
0,27222	1,2741	0,21033	0,01244
$0,27778 \cdot 10^{-2}$	$1,2808 \cdot 10^{-5}$	0,22285	0,01252
0,28333	1,2848	0,23543	0,01257
0,28889	1,2864	0,24803	0,01260
0,29444	1,2856	0,26063	0,01260
0,30000	1,2827	0,27322	0,01259
$0,30556 \cdot 10^{-2}$	$1,2779 \cdot 10^{-5}$	0,28576	0,01255
0,31111	1,2713	0,29825	0,01249
0,31667	1,2630	0,31067	0,01242
0,32222	1,2532	0,32300	0,01233
0,32778	1,2422	0,33523	0,01223
$0,33333 \cdot 10^{-2}$	$1,2299 \cdot 10^{-5}$	0,34734	0,01211
0,33889	1,2166	0,35933	0,01199
0,34444	1,2023	0,37118	0,01185
0,35000	1,1872	0,38289	0,01171
0,35556	1,1714	0,39445	0,01156
$0,36111 \cdot 10^{-2}$	$1,1550 \cdot 10^{-5}$	0,40585	0,01140
0,36667	1,1380	0,41708	0,01124
0,37222	1,1206	0,42815	0,01107

$\lambda T,$ м·К	$E_{0\lambda}/T^5,$ Вт/(м ³ ·К ⁵)	$F_{0-\lambda T}$	$(f_{0-\lambda T})_n$ $(f_{0-\lambda T})_{n-1}$
0,37778	1,1029	0,43905	0,01089
0,38333	1,0848	0,44977	0,01072
0,38889·10 ⁻²	1,0665·10 ⁻⁵	0,46031	0,01054
0,39444	1,0481	0,47067	0,01036
0,40000	1,0295	0,48085	0,01018
0,40556	1,0109	0,49084	0,01000
0,41111	0,99221	0,50066	0,00981
0,41667·10 ⁻²	0,97357·10 ⁻⁵	0,51029	0,00963
0,42222	0,95499	0,51974	0,00945
0,42778	0,93650	0,52901	0,00927
0,43333	0,91813	0,53809	0,00909
0,43889	0,89990	0,54700	0,00891
0,44444·10 ⁻²	0,88184·10 ⁻⁵	0,55573	0,00873
0,45000	0,86396	0,56429	0,00855
0,45556	0,84629	0,57267	0,00838
0,46111	0,82884	0,58087	0,00821
0,46667	0,81163	0,58891	0,00804
0,47222·10 ⁻²	0,79467·10 ⁻⁵	0,59678	0,00787
0,47778	0,77796	0,60449	0,00771
0,48333	0,76151	0,61203	0,00754
0,48889	0,74534	0,61941	0,00738
0,49444	0,72944	0,62664	0,00723
0,5000·10 ⁻²	0,71383·10 ⁻⁵	0,63371	0,00707
0,50556	0,69850	0,64063	0,00692
0,51111	0,68346	0,64740	0,00677
0,51667	0,66870	0,65402	0,00662
0,52222	0,65423	0,66051	0,00648
0,52778·10 ⁻²	0,64006·10 ⁻⁵	0,66685	0,00634
0,53333	0,62617	0,67305	0,00620
0,53889	0,61257	0,67912	0,00607
0,54444	0,59925	0,68506	0,00594
0,55000	0,58621	0,69087	0,00581

$\lambda T,$ м·К	$E_{0\lambda}/T^5,$ $B_T/(m^3 \cdot K^5)$	$F_{0-\lambda T}$	$(f_{0-\lambda T})_n$ $(f_{0-\lambda T})_{n-1}$
0,55556·10 ⁻²	0,57346·10 ⁻⁵	0,69655	0,00568
0,56111	0,56098	0,70211	0,00556
0,56667	0,54877	0,70754	0,00544
0,57222	0,53684	0,71286	0,00532
0,57778	0,52517	0,71806	0,00520
0,58333·10 ⁻²	0,51376·10 ⁻⁵	0,72315	0,00509
0,58889	0,50261	0,72813	0,00498
0,59444	0,49172	0,73301	0,00487
0,60000	0,48107	0,73777	0,00477
0,60556	0,47067	0,74244	0,00466
0,61111·10 ⁻²	0,46051·10 ⁻⁵	0,74700	0,00456
0,61667	0,45059	0,75146	0,00446
0,62222	0,44089	0,75583	0,00437
0,62778	0,43143	0,76010	0,00427
0,63333	0,42218	0,76429	0,00418
0,63889·10 ⁻²	0,41315·10 ⁻⁵	0,76838	0,00409
0,64444	0,40434	0,77238	0,00401
0,65000	0,39573	0,77630	0,00392
0,65556	0,38732	0,78014	0,00384
0,66111	0,37912	0,78390	0,00376
0,66667·10 ⁻²	0,37111·10 ⁻⁵	0,78757	0,00368
0,67222	0,36328	0,79117	0,00360
0,67778	0,35565	0,79469	0,00352
0,68333	0,34819	0,79814	0,00345
0,68889	0,34091	0,80152	0,00338
0,69444·10 ⁻²	0,33380·10 ⁻⁵	0,80482	0,00331
0,70000	0,32687	0,80806	0,00324
0,70556	0,32009	0,81123	0,00317
0,71111	0,31348	0,81433	0,00310
0,71667	0,30702	0,81737	0,00304
0,72222·10 ⁻²	0,30071·10 ⁻⁵	0,82035	0,00298
0,72778	0,29456	0,82327	0,00292

$\lambda T,$ m·K	$E_{0\lambda}/T^5,$ $B_T/(m^3 \cdot K^5)$	$F_{0-\lambda T}$	$(f_{0-\lambda T})_n$ $(f_{0-\lambda T})_{n-1}$	-
0,73333	0,28855	0,82612	0,00286	
0,73889	0,28268	0,82892	0,00280	
0,74444	0,27695	0,83166	0,00274	
0,75000·10 ⁻²	0,27135·10 ⁻⁵	0,83435	0,00269	
0,75556	0,26589	0,83698	0,00263	
0,76111	0,26055	0,83956	0,00258	
0,76667	0,25534	0,84209	0,00253	
0,77222	0,25024	0,84457	0,00248	
0,77778·10 ⁻²	0,24527·10 ⁻⁵	0,84699	0,00243	
0,78333	0,24042	0,84937	0,00238	
0,78889	0,23567	0,85171	0,00233	
0,79444	0,23104	0,85399	0,00229	
0,80000	0,22651	0,85624	0,00224	
0,80556·10 ⁻²	0,22209·10 ⁻⁵	0,85843	0,00220	
0,81111	0,21777	0,86059	0,00216	
0,81667	0,21354	0,86270	0,00211	
0,82222	0,20942	0,86477	0,00207	
0,82778	0,20539	0,86681	0,00203	
0,83333·10 ⁻²	0,20145·10 ⁻⁵	0,86880	0,00199	
0,83889	0,19760	0,87075	0,00196	
0,84444	0,19383	0,87267	0,00192	
0,85000	0,19016	0,87455	0,00188	
0,85556	0,18656	0,87640	0,00185	
0,86111·10 ⁻²	0,18305·10 ⁻⁵	0,87821	0,00181	
0,86667	0,17961	0,87999	0,00178	
0,87222	0,17625	0,88173	0,00174	
0,87778	0,17297	0,88344	0,00171	
0,88333	0,16976	0,88512	0,00168	
0,88889·10 ⁻²	0,16662·10 ⁻⁵	0,88677	0,00165	
0,89444	0,16355	0,88839	0,00162	
0,90000	0,16055	0,88997	0,00159	
0,90556	0,15761	0,89153	0,00156	

$\lambda T,$ м·К	$E_{0\lambda}/T^5,$ $B_T/(m^3 \cdot K^5)$	$F_{0-\lambda T}$	$(f_{0-\lambda T})_n$ $(f_{0-\lambda T})_{n-1}$	-
0,91111	0,15474	0,89306	0,00153	
$0,91667 \cdot 10^{-2}$	$0,15193 \cdot 10^{-5}$	0,89457	0,00150	
0,92222	0,14918	0,89604	0,00148	
0,92778	0,14649	0,89749	0,00145	
0,93333	0,14386	0,89891	0,00142	
0,93889	0,14129	0,90031	0,00140	
$0,94444 \cdot 10^{-2}$	$0,13877 \cdot 10^{-5}$	0,90168	0,00137	
0,95000 ,	0,13630	0,90303	0,00135	
0,95556	0,13389	0,90435	0,00132	
0,96111	0,13153	0,90565	0,00130	
0,96667	0,12922	0,90693	0,00128	
$0,97222 \cdot 10^{-2}$	$0,12696 \cdot 10^{-5}$	0,90819	0,00126	
0,97778	0,12475	0,90942	0,00123	
0,98333	0,12258	0,91063	0,00121	
0,98889	0,12046	0,91182	0,00119	
0,99444	0,11838	0,91299	0,00117	
$1,00000 \cdot 10^{-2}$	$0,11635 \cdot 10^{-5}$	0,91414	0,00115	
1,00556	0,11435	0,91527	0,00113	
1,01111	0,11240	0,91638	0,00111	
1,01667	0,11049	0,91748	0,00109	
1,02222	0,10862	0,91855	0,00107	
$1,02778 \cdot 10^{-2}$	$0,10679 \cdot 10^{-5}$	0,91961	0,00106	
1,03333	0,10500	0,92064	0,00104	
1,03889	0,10324	0,92166	0,00102	
1,04444	0,10151	0,92267	0,00100	
1,05000	0,09983	0,92365	0,00099	
$1,05556 \cdot 10^{-2}$	$0,09817 \cdot 10^{-5}$	0,92462	0,00097	
1,06111	0,09655	0,92558	0,00095	
1,06667	0,09496	0,92652	0,00094	
1,07222	0,09341	0,92744	0,00092	
1,07778	0,09188	0,92835	0,00091	
$1,08333 \cdot 10^{-2}$	$0,09039 \cdot 10^{-5}$	0,92924	0,00089	

$\lambda T,$ м·К	$E_{0\lambda}/T^5,$ Вт/(м ³ ·К ⁵)	$F_{0-\lambda T}$	$(f_{0-\lambda T})_n$ $(f_{0-\lambda T})_{n-1}$
1,08889	0,08892	0,93012	0,00088
1,09444	0,08749	0,93098	0,00086
1,10000	0,08608	0,93183	0,00085
1,10556	0,08470	0,93267	0,00084
1,11111·10 ⁻²	0,08334·10 ⁻⁵	0,93349	0,00082
1,12222	0,08071	0,93510	0,00161
1,13333	0,07819	0,93666	0,00156
1,14444	0,07575	0,93816	0,00151
1,15556	0,07341	0,93963	0,00146
1,16667·10 ⁻²	0,07116·10 ⁻⁵	0,94104	0,00142
1,17778	0,06899	0,94242	0,00137
1,18889	0,06691	0,94375	0,00133
1,20000	0,06490	0,94504	0,00129
1,21111	0,06296	0,94629	0,00125
1,22222·10 ⁻²	0,06109·10 ⁻⁵	0,94751	0,00122
1,23333	0,05930	0,94869	0,00118
1,24444	0,05756	0,94983	0,00115
1,25556	0,05589	0,95094	0,00111
1,26667	0,05428	0,95202	0,00108
1,27778·10 ⁻²	0,05272·10 ⁻⁵	0,95307	0,00105
1,28889	0,05122	0,95409	0,00102
1,30000	0,04977	0,95508	0,00099
1,31111	0,04837	0,95604	0,00096
1,32222	0,04702	0,95698	0,00093
1,33333·10 ⁻²	0,04572·10 ⁻⁵	0,95788	0,00091
1,34444	0,04446	0,95877	0,00088
1,35556	0,04324	0,95963	0,00086
1,36667	0,04206	0,96046	0,00084
1,37778	0,04092	0,96128	0,00081
1,38889·10 ⁻²	0,03982·10 ⁻⁵	0,96207	0,00079
1,40000	0,03876	0,96284	0,00077
1,41111	0,03773	0,96359	0,00075

$\lambda T,$ м·К	$E_{0\lambda}/T^5,$ $B_T/(m^3 \cdot K^5)$	$F_{0-\lambda T}$	$(f_{0-\lambda T})_n$ $(f_{0-\lambda T})_{n-1}$
4,42222	0,03674	0,96432	0,00073
1,43333	0,03577	0,96503	0,00071
$1,44444 \cdot 10^{-2}$	$0,03484 \cdot 10^{-5}$	0,96572	0,00069
1,45556	0,03394	0,96639	0,00067
1,46667	0,03307	0,96705	0,00066
1,47778	0,03222	0,96769	0,00064
1,48889	0,03140	0,96831	0,00062
$1,50000 \cdot 10^{-2}$	$0,03061 \cdot 10^{-5}$	0,96892	0,00061
1,51111	0,02984	0,96951	0,00059
1,52222	0,02909	0,97009	0,00058
1,53333	0,02837	0,97065	0,00056
1,54444	0,02767	0,97120	0,00055
$1,55556 \cdot 10^{-2}$	$0,02699 \cdot 10^{-5}$	0,97174	0,00054
1,56667	0,02633	0,97226	0,00052
1,57778	0,02570	0,97277	0,00051
1,58889	0,02508	0,97327	0,00050
1,60000	0,02448	0,97375	0,00049
$1,61111 \cdot 10^{-2}$	$0,02389 \cdot 10^{-5}$	0,97423	0,00047
1,62222	0,02333	0,97469	0,00046
1,63333	0,02278	0,97514	0,00045
1,64444	0,02224	0,97558	0,00044
1,65556	0,02172	0,97601	0,00043
$1,66667 \cdot 10^{-2}$	$0,02122 \cdot 10^{-5}$	0,97644	0,00042
1,67778	0,02073	0,97685	0,00041
1,68889	0,02026	0,97725	0,00040
1,70000	0,01979	0,97764	0,00039
1,71111	0,01935	0,97802	0,00038
$1,72222 \cdot 10^{-2}$	$0,01891 \cdot 10^{-5}$	0,97840	0,00037
1,73333	0,01849	0,97877	0,00037
1,74444	0,01807	0,97912	0,00036
1,75556	0,01767	0,97947	0,00035
1,76667	0,01728	0,97982	0,00034

$\lambda T,$ m·K	$E_{0\lambda}/T^5,$ $B_T/(m^3 \cdot K^5)$	$F_{0-\lambda T}$	$(f_{0-\lambda T})_n$ $(f_{0-\lambda T})_{n-1}$
1,77778.10 ⁻²	0,01690.10 ⁻⁵	0,98015	0,00033
1,78889	0,01653	0,98048	0,00033
1,80000	0,01618	0,98080	0,00032
1,81111	0,01583	0,98111	0,00031
1,82222	0,01549	0,98142	0,00031
1,83333.10 ⁻²	0,01515.10 ⁻⁵	0,98172	0,00030
1,84444	0,01483	0,98201	0,00029
1,85556	0,01452	0,98230	0,00029
1,86667	0,01421	0,98258	0,00028
1,87778	0,01392	0,98286	0,00028
1,88889.10 ⁻²	0,01363.10 ⁻⁵	0,98313	0,00027
1,90000	0,01334	0,98339	0,00026
1,91111	0,01307	0,98365	0,00026
1,92222	0,01280	0,98390	0,00025
1,93333	0,01254	0,98415	0,00025
1,94444.10 ⁻²	0,01228.10 ⁻⁵	0,98440	0,00024
1,95556	0,01203	0,98463	0,00024
1,96667	0,01179	0,98487	0,00023
1,97778	0,01156	0,98510	0,00023
1,98889	0,01133	0,98532	0,00022
2,00000.10 ⁻²	0,01110.10 ⁻⁵	0,98554	0,00022
2,01111	0,01088	0,98576	0,00022
2,02222	0,01067	0,98597	0,00021
2,03333	0,01046	0,98617	0,00021
2,04444	0,01026	0,98638	0,00021
2,05556.10 ⁻²	0,01006.10 ⁻⁵	0,98658	0,00020
2,06667	0,00986	0,98677	0,00020
2,07778	0,00967	0,98696	0,00019
2,08889	0,00949	0,98715	0,00019
2,10000	0,00931	0,98734	0,00018
2,11111.10 ⁻²	0,00913.10 ⁻⁵	0,98752	0,00018
2,12222	0,00896	0,98769	0,00018

$\lambda T,$ м·К	$E_{0\lambda}/T^5,$ $B_T/(m^3 \cdot K^5)$	$F_{0-\lambda T}$	$(f_{0-\lambda T})_n$ $(f_{0-\lambda T})_{n-1}$
2,13333	0,00879	0,98787	0,00017
2,14444	0,00863	0,98804	0,00017
2,15556	0,00847	0,98821	0,00017
2,16667·10 ⁻²	0,00831·10 ⁻⁵	0,98837	0,00016
2,17778	0,00816	0,98853	0,00016
2,18889	0,00801	0,98869	0,00016
2,20000	0,00786	0,98885	0,00016
2,21111	0,00772	0,98900	0,00015
2,22222·10 ⁻²	0,00758·10 ⁻⁵	0,98915	0,00015
2,33333	0,00634	0,99051	0,00136
2,44444	0,00535	0,99165	0,00114
2,55556	0,00454	0,99262	0,00097
2,66667	0,00388	0,99344	0,00082
2,77778·10 ⁻²	0,00333·10 ⁻⁵	0,99414	0,00071
2,88889	0,00288	0,99475	0,00061
3,00000	0,00250	0,99528	0,00053
3,11111	0,00218	0,99574	0,00046
3,22222	0,00191	0,99614	0,00040
3,33333·10 ⁻²	0,00168·10 ⁻⁵	0,99649	0,00035
3,44444	0,00149	0,99680	0,00031
3,55556	0,00132	0,99707	0,00027
3,66667	0,00117	0,99732	0,00024
3,77778	0,00105	0,99754	0,00022
3,88889·10 ⁻²	0,940·10 ⁻⁸	0,99773	0,00019
4,00000	0,844	0,99791	0,00017
4,11111	0,760	0,99806	0,00016
4,22222	0,687	0,99820	0,00014
4,33333	0,622	0,99833	0,00013
4,44444·10 ⁻²	0,564·10 ⁻⁸	0,99845	0,00012
4,55556	0,513	0,99855	0,00010
4,66667	0,468	0,99865	0,00010
4,77778	0,428	0,99874	0,00009

$\lambda T,$ м·К	$E_{0\lambda}/T^5,$ Вт/(м ³ ·К ⁵)	$F_{0-\lambda T}$	$(f_{0-\lambda T})_n$ $(f_{0-\lambda T})_{n-1}$
4,88888	0,39	0,99882	0,00008
$5,00000 \cdot 10^{-2}$	$0,359 \cdot 10^{-8}$	0,99889	0,00007
5,11110	0,330	0,99896	0,00007
5,22222	0,30	0,99902	0,00006
5,33333	0,28	0,99908	0,00006
5,44444	0,259	0,99913	0,00005
$5,55556 \cdot 10^{-2}$	$0,239 \cdot 10^{-8}$	0,99918	0,00005

Приложение Б

Интегральный коэффициент теплового излучения материалов

Материал	ϵ	Материал	ϵ
Алюминий:		Медь:	
шероховатый	0,0	окисленная	0,
	55		62
окисленный	0,1	полированная	0,
	5		02
полированный	0,0	Никель окисленный	0,
	48		4
Алюминиевая краска	0,5	Нихромовая	0,
		провода	96
Бетон	0,8	Серебро	0,
		полированное	02
Железо литое	0,9	Сталь:	
необработанное	1	окисленная	0,
Кладка из красного	0,9		80
кирпича	3	окисленная,	0,
Латунь:		шероховатая	95
окисленная	0,6	полированная	0,
			54
полированная	0,0	Хром	0,

прокатанная	3	0,2	Чугун:	17	
Масляная краска	0	0,9	обточенный	65	0,
	4		шероховатый, окисленный	96	0,

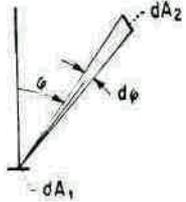
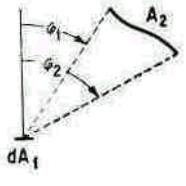
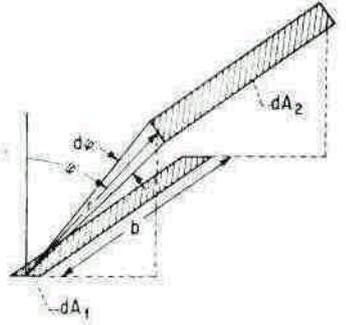
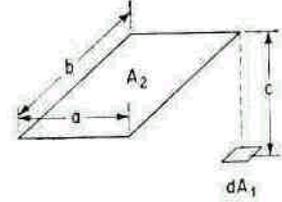
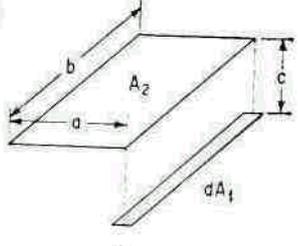
Приложение Е

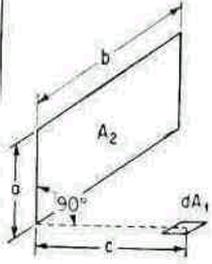
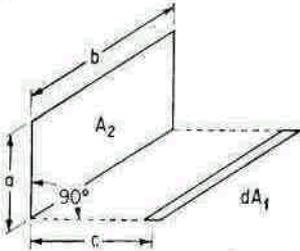
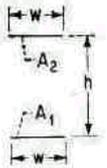
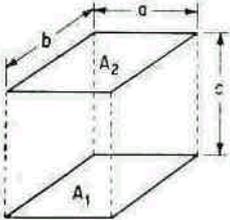
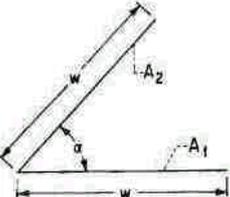
Спектральная степень черноты **некоторых материалов**

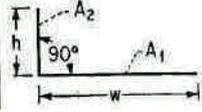
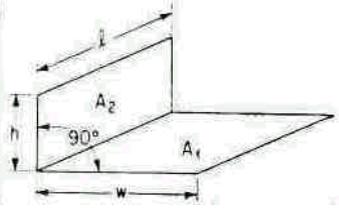
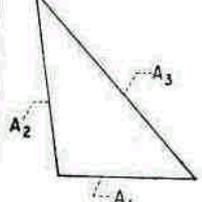
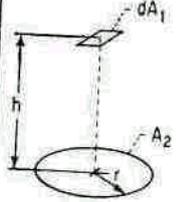
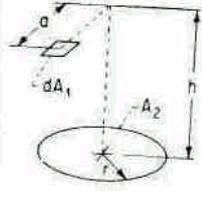
Материал, состояние поверхности	Длина волны, мкм									
	0,50	0,60	0,95	0,18	2,1	3,6	4,4	5,4	8,8	9,3
Алюминий:										
полированный	—	—	0,26	—	0,17	0,08	—	0,05	—	0,04
окисленный	—	—	—	—	—	0,18	—	0,12	—	0,11
Графит	0,78	—	0,73	—	0,64	0,54	—	0,49	—	0,41
Дюралюминий	—	0,53	—	—	—	—	—	—	—	—
Железо полированное	—	0,45	0,35	—	0,22	0,13	—	0,08	—	0,06
Золото —//—	—	0,45	0,37	—	0,23	0,14	—	0,10	—	0,07
Латунь:										
полированная	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,05
окисленная	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,61
Магний	—	0,30	0,26	—	0,23	0,18	—	0,13	—	0,07
Молибден	0,55	—	0,43	—	0,18	0,11	—	0,08	—	0,06
Серебро полированное	0,11	—	0,04	—	0,03	0,03	—	0,02	—	0,01
Бумага белая	—	0,28	0,25	—	—	0,82	—	—	—	0,95
Краски:										
белая	0,18	0,14	0,16	—	—	—	0,77	—	0,95	—
желтая	0,39	0,30	—	—	—	—	0,59	—	0,95	—
красная	—	0,74	0,59	—	—	—	0,70	—	0,96	—
черная	—	0,97	0,97	—	—	—	0,97	—	0,96	—
Мрамор белый	—	0,28	0,25	—	—	0,82	—	—	—	0,95
Платиновая чернь	0,97	—	0,97	—	0,97	0,97	0,96	0,96	0,93	0,93

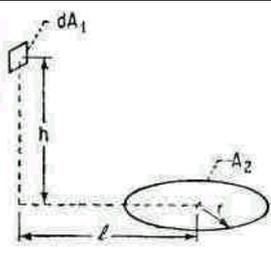
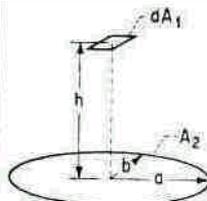
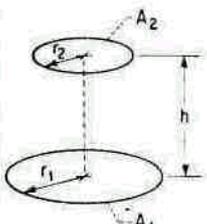
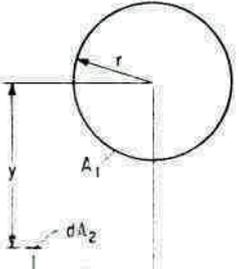
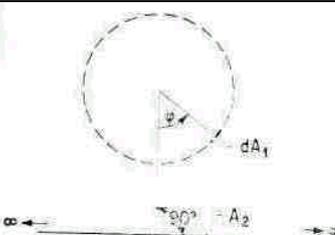
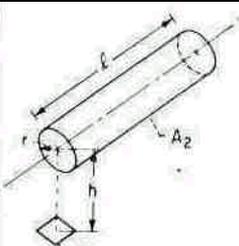
Приложение В

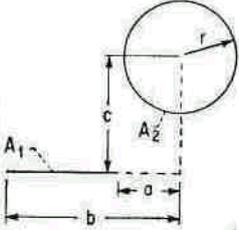
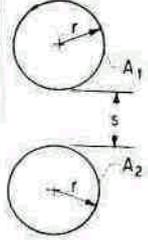
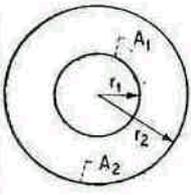
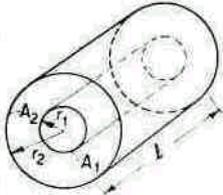
Некоторые угловые коэффициенты

1.		<p>Площадка dA_1 бесконечно малой ширины и любой длины и бесконечно длинная полоса dA_2 бесконечно малой ширины, образующая линия которой параллельна dA_1</p> $dF_{d1-d2} = \frac{\cos \varphi^2}{2} d\varphi = \frac{1}{2} d\varphi^2 (\sin \varphi)$
2.		<p>Площадка dA_1 бесконечно малой ширины и любой длины и любая цилиндрическая поверхность A_2, образованная бесконечно длинной линией, перемещающейся параллельно самой себе и параллельно плоскости dA_1</p> $F_{d1-2} = \frac{1}{2} (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)$
3.		<p>Полоса конечной длины b и бесконечно малой ширины и бесконечно узкая полоса такой же длины, образованная параллельной линией</p> $dF_{d1-d2} = \frac{\cos \varphi}{\pi} d\varphi \operatorname{arctg} \frac{b}{r}$
4.		<p>Элемент плоскости dA_1 и параллельный ему плоский прямоугольник; нормаль к элементу проходит через угол прямоугольника</p> $X = \frac{a}{c}, \quad Y = \frac{b}{c},$
$F_{d1-2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{X}{\sqrt{1+X^2}} \operatorname{arctg} \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} + \frac{Y}{\sqrt{1+Y^2}} \operatorname{arctg} \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} \right)$		
5.		<p>Элементарная полоса и прямоугольник, плоскость которого параллельна плоскости полосы; полоса расположена вдоль одной из сторон прямоугольника</p> $X = \frac{a}{c}, \quad Y = \frac{b}{c},$
$F_{d1-2} = \frac{1}{\pi Y} \left[\sqrt{1+Y^2} \operatorname{arctg} \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} - \operatorname{arctg} X + \frac{XY}{\sqrt{1+X^2}} \operatorname{arctg} \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} \right]$		

6.		<p>Элемент плоскости dA_1 и прямоугольник, расположенный в плоскости, перпендикулярной элементу</p> $X = \frac{a}{b}, \quad Y = \frac{c}{b}$
$F_{d1-2} = \frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{1}{Y} - \frac{Y}{\sqrt{X^2+Y^2}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{X^2+Y^2}} \right]$		
7.		<p>Элементарная полоса dA_1 и прямоугольник, расположенный в плоскости, перпендикулярной полосе</p> $X = \frac{a}{b}, \quad Y = \frac{c}{b},$
$F_{d1-2} = \frac{1}{\pi} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{1}{Y} + \frac{Y}{2} \ln \left[\frac{Y^2(X^2+Y^2+1)}{(Y^2+1)(X^2+Y^2)} \right] - \frac{Y}{\sqrt{X^2+Y^2}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{X^2+Y^2}} \right\}$		
8.		<p>Две бесконечно длинные параллельные полосы одинаковой конечной ширины, расположенные друг против друга</p> $H = \frac{h}{w},$ $F_{1-2} = F_{2-1} = \sqrt{1+H^2} - H$
9.		<p>Одинаковые параллельные расположенные друг против друга прямоугольники</p> $X = \frac{a}{c}, \quad Y = \frac{b}{c},$
$F_{1-2} = \frac{2}{\pi XY} \left\{ \ln \left[\frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+X^2+Y^2} \right]^{1/2} + X \sqrt{1+Y^2} \operatorname{arctg} \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} + Y \sqrt{1+X^2} \operatorname{arctg} \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} - X \operatorname{arctg} X - Y \operatorname{arctg} Y \right\}$		
10.		<p>Две бесконечно длинные пластины равной конечной ширины w, имеющие одну общую сторону и расположенные под углом α друг к другу</p> $F_{1-2} = F_{2-1} = 1 - \sin \frac{\alpha}{2}$

11.		<p>Две бесконечно длинные пластины разной ширины haw, имеющие одну общую сторону и расположенные перпендикулярно друг другу</p> $H = \frac{h}{w},$ $F_{1-2} = \frac{1}{2} [1 + H - \sqrt{1 + H^2}]$
12.		<p>Два прямоугольника конечных размеров одинаковой длины, имеющие одну общую сторону и расположенные перпендикулярно друг другу</p> $H = \frac{h}{l}, \quad W = \frac{w}{l},$
$F_{1-2} = \frac{1}{\pi W} \left(W \operatorname{arctg} \frac{1}{W} + H \operatorname{arctg} \frac{1}{H} - \sqrt{H^2 + W^2} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{H^2 + W^2}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \ln \left\{ \left[\frac{(1+W^2)(1+H^2)}{1+W^2+H^2} \right] \left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)} \right]^{W^2} \left[\frac{H^2(1+H^2+W^2)}{(1+H^2)(H^2+W^2)} \right]^{H^2} \right\} \right)$		
13.		<p>Бесконечно длинная замкнутая полость, образованная тремя плоскими поверхностями</p> $F_{1-2} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1}$
14.		<p>Элемент плоскости dA_1 и круглый диск, расположенный в плоскости, параллельной элементу; нормаль к элементу проходит через центр диска</p> $F_{d1-2} = \frac{r^2}{h^2 + r^2}$
15.		<p>Элемент плоскости dA_1 и круглый диск, расположенный в плоскости, параллельной элементу</p> $H = \frac{h}{a}, \quad R = \frac{r}{a},$ $Z = 1 + H^2 + R^2,$ $F_{d1-2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1 + H^2 - R^2}{\sqrt{Z^2 - 4R^2}} \right)$

16.		<p>Элемент плоскости dA_1 и круглый диск; плоскости, в которых лежат элемент и диск, пересекаются под углом 90°</p> $H = \frac{h}{l}, \quad R = \frac{r}{l},$ $Z = 1 + H^2 + R^2,$ $F_{d1-2} = \frac{H}{2} \left(\frac{Z}{\sqrt{Z^2 - 4R^2}} - 1 \right)$
17.		<p>Элемент плоскости dA_1 и эллипс в плоскости, параллельной элементу; нормаль к элементу проходит через центр эллипса</p> $F_{d1-2} = \frac{ab}{\sqrt{(h^2 + a^2)(h^2 + b^2)}}$
18.		<p>Параллельные круглые диски, центры которых находятся на одной нормали</p> $R_1 = \frac{r_1}{h}, \quad R_2 = \frac{r_2}{h},$ $X = 1 + \frac{1 + R_2^2}{R_1^2},$ $F_{1-2} = \frac{1}{2} \left[X - \sqrt{X^2 - 4 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2} \right]$
19.		<p>Элементарная полоса ДЛд любой длины и бесконечно длинный цилиндр</p> $X = \frac{x}{r}, \quad Y = \frac{y}{r},$ $F_{d2-1} = \frac{Y}{X^2 + Y^2}$
20.		<p>Элемент любой длины на поверхности цилиндра и бесконечно протяженная плоскость</p> $F_{d1-2} = \frac{1}{2} (1 + \cos \varphi)$
21.		<p>Элемент плоскости dA_1 и прямой круговой цилиндр конечной длины l и радиусом r, нормаль к элементу проходит через один торец цилиндра и перпендикулярна оси цилиндра</p>

		$L = \frac{l}{r}, \quad H = \frac{h}{r},$ $X = (1+H)^2 + L^2,$ $Y = (1-H)^2 + L^2,$
		$F_{d1-2} = \frac{1}{\pi H} \operatorname{arctg} \frac{L}{\sqrt{H^2-1}} + \frac{L}{\pi} \left[\frac{(X-2H)}{H\sqrt{XY}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{X(H-1)}{Y(H+1)}} - \frac{1}{H} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{H-1}{H+1}} \right]$
22.		<p>Бесконечно длинная плоскость конечной ширины и параллельный ей бесконечно длинный цилиндр</p> $F_{1-2} = \frac{r}{b-a} \left[\operatorname{arctg} \frac{b}{c} - \operatorname{arctg} \frac{a}{c} \right]$
23.		<p>Бесконечно длинные параллельные цилиндры одинакового диаметра</p> $X = 1 + \frac{s}{2r}$ $F_{1-2} = F_{2-1} = \frac{1}{\pi} \left[\sqrt{X^2 - 1} + \operatorname{arcsin} \left(\frac{1}{X} \right) - X \right]$
24.		<p>Бесконечно длинные концентрические цилиндры</p> $F_{1-2} = 1,$ $F_{2-1} = \frac{r_1}{r_2},$ $F_{2-2} = 1 - \frac{r_1}{r_2}$
25.		<p>Два концентрических цилиндра одинаковой длины</p> $R = \frac{r_2}{r_1}, \quad L = \frac{l}{r_1},$ $A = L^2 + R^2 - 1,$ $B = L^2 - R^2 + 1,$

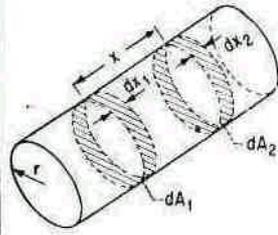
$$F_{2-1} = \frac{1}{R} - \frac{1}{\pi R} \left\{ \arccos \frac{B}{A} - \frac{1}{2L} \left[\sqrt{(A+2)^2 - (2R)^2} \arccos \left(\frac{B}{RA} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + B \arcsin \left(\frac{1}{R} \right) - \frac{\pi A}{2} \right] \right\}, \\ F_{2-2} = 1 - \frac{1}{R} + \frac{2}{\pi R} \operatorname{arctg} \left(\frac{2\sqrt{R^2-1}}{L} \right) - \\ - \frac{L}{2\pi R} \left\{ \frac{\sqrt{4R^2+L^2}}{L} \arcsin \left[\frac{4(R^2-1) + (L^2/R^2)(R^2-2)}{L^2+4(R^2-1)} \right] - \right. \\ \left. - \arcsin \left(\frac{R^2-2}{R^2} \right) + \frac{\pi}{2} \left(\frac{\sqrt{4R^2+L^2}}{L} - 1 \right) \right\},$$

где для любого аргумента ξ

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin \xi \leq \frac{\pi}{2},$$

$$0 \leq \arccos \xi \leq \pi$$

26.

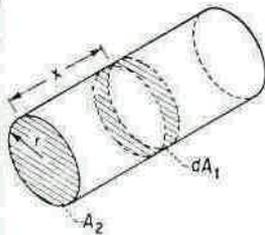


Два кольцевых элемента на внутренней поверхности прямого кругового цилиндра

$$X = \frac{x}{2r},$$

$$dF_{d1-d2} = \left[1 - \frac{2X^3 + 3X}{2(X^2 + 1)^{3/2}} \right] dX_2.$$

27.

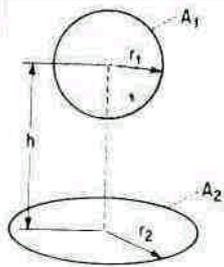


Кольцевой элемент dA_1 на внутренней поверхности прямого кругового цилиндра и круглый диск A_2 на горце цилиндра

$$X = \frac{x}{2r},$$

$$F_{d1-2} = \frac{X^2 + \frac{1}{2}}{\sqrt{X^2 + 1}} - X$$

28.

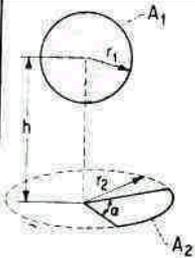


Сфера радиусом r_1 и диск радиусом r_2 ; нормаль, проведенная из центра диска, проходит через центр сферы

$$R_2 = \frac{r_2}{h},$$

$$F_{1-2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + R_2^2}} \right)$$

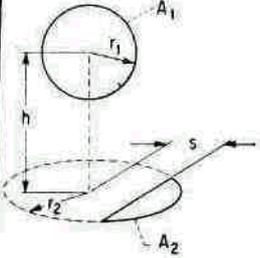
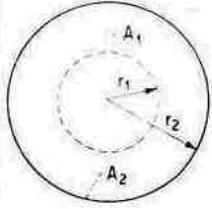
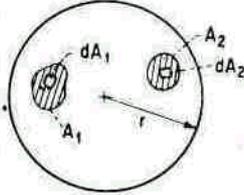
29.



Сфера и сектор диска; нормаль, проведенная из центра диска, проходит через центр сферы

$$R_2 = \frac{r_2}{h},$$

$$F_{1-2} = \frac{\alpha}{4\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + R_2^2}} \right)$$

30.		<p>Сфера и сегмент диска</p> $R_2 = \frac{r_2}{h}, \quad S = \frac{s}{h}$
$F_{1-2} = \frac{1}{8} - \frac{\arccos(S/R_2)}{2\pi\sqrt{1+R_2^2}} + \frac{1}{4\pi} \arcsin \frac{(1-S^2)R_2^2 - 2S^2}{(1+S^2)R_2^2}$		
31.		<p>Концентрические сферы</p> $F_{1-2} = 1,$ $F_{2-1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2,$ $F_{2-2} = 1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$
32.		<p>Бесконечно малые элементы поверхности или площадки конечных размеров на внутренней поверхности сферической полости</p> $dF_{d1-d2} = dF_{1-d2} = \frac{dA_2}{4\pi r^2},$ $F_{d1-2} = F_{1-2} = \frac{A_2}{4\pi r^2}$

Приложение Г

Радиационные свойства материалов

Приведенные ниже таблицы интегральных степеней черноты и поглощательных способностей относительно падающего солнечного излучения удобны при решении практических задач и с их помощью можно судить об ожидаемых значениях того или иного коэффициента. Как указывалось в гл. 5, многие факторы, такие, как шероховатость поверхности, наличие на ней пленки окислов и пр., могут оказывать существенное влияние на радиационные свойства материала. При составлении таблиц не делались попытки подробно описать состояние образцов материала. Поэтому приведенные здесь данные можно

рассматривать лишь как приближенные значения коэффициентов. Более подробную информацию о радиационных свойствах материалов, содержащую описание состояния образцов и результаты исследований, заимствованные из многих источников, читатель может найти в работах [1, 2, 3]. Некоторая дополнительная информация содержится также в работе [4]. Как следует из этих работ, значения коэффициентов для некоторых материалов, определенных разными экспериментаторами, иногда существенно различаются между собой.

Интегральная степень черноты металлов в направлении нормали

Металл	Температура поверхности, К ¹⁾	ϵ_n
Алюминий		
тщательно полированный	477—866	0,038—0,06
блестящая фольга	294	0,04
листовой полированный	373	0,095
листовой сильно окисленный	366-811	0,20-0,33
Висмут полированный	353	0,34
Вольфрам		
чистый	311-811	0,03—0,08
нить накала	300	0,032
нить накала	3320	0,39
Железо		
электролитическое, тщательно полированное	311—533	0,05-0,07
полированное	700—755	0,14-0,38
сразу же после обработки наждачной бумагой	311	0,24
сварочное железо, полированное	311—533	0,28
чугун сразу же после обработки	311	0,44
листовое железо, покрытое красной ржавчиной после травления кислотой	293	0,61
чугун, окисленный при 866 К	477—866	0,64-0,78
чугун, имеющий шероховатую сильно окисленную поверхность	311—533	0,95

Золото		
тщательно полированное	366-866	0,018—0,035
полированное	403	0,018
Латунь		
тщательно полированная	533—644	0,028-0,031
полированная	366	0,09
матовая	322—622	0,22
окисленная	477—811	0,60
Магний полированный	311—533	0,07-0,13
Медь		
тщательно полированная	311	0,02
полированная	311—533	0,04-0,05
шабренная блестящая	311	0,07
слегка полированная	311	0,15
окисленная до черноты	311	0,78
Молибден		
полированный	311—533	0,05—0,08
полированный	811-1647	0,10-0,18
полированный	2760	0,29
Нержавеющая сталь		
инконель Х полированная	89—755	0,19-0,20
инконель В полированная	89—755	0,19—0,22
301 полированная	297	0,16
310 полированная	1089	0,39
316 полированная	477—1310	0,24—0,31
Никель		
электролитический	311-533	0,04—0,06
технически чистый, полированный	500—650	0,07—0,087
осажденный электролитическим способом на железу, неполированный	293	0,11
листовой, окисленный при 866 К	472—872	0,37—0,48
окись никеля	922-1533	0,59-0,86
Олово		
листовое полированное	307	0,05
блестящее луженое железо	297	0,043—0,064
Платина		
электролитическая	533—811	0,06—0,10
полированная листовая	500—900	0,054—0,104

Ртуть неокисленная	277—366	0,09—0,12
Свинец		
полированный	311-533	0,06—0,08
шероховатый неокисленный	311	0,43
окисленный при 866 К	311	0,63
Серебро полированное	311—811	0,01—0,03
Сталь		
полированная листовая	89—255	0,07—0,08
полированная листовая	225—422	0,08—0,14
мягкая полированная	533—922	0,27—0,31
листовая с окалиной, образующейся при	294	0,66
прокатке листовая с шероховатым слоем окисла	294	0,81
Тантал	1647—2760	0,2—0,3
Хром полированный	311-1366	0,08—0,40
Цинк		
полированный	311—811	0,02—0,05
оцинкованные листы, достаточно блестящие	311	0,23
серый окисленный	294	0,23-0,28

1) В том случае когда указываются интервалы температур и степеней черноты можно использовать 'линейную интерполяцию этих величин.

Интегральная степень черноты диэлектриков в направлении нормали

Диэлектрик	Температура поверхности, К ¹)	ϵ_n'
Асбест		
бумага	311	0,93
картон	311	0,96
Бетон шероховатый	311	0,94
Бумага		
белая	311	0,96
рубероид	311	0,91
Вода (глубокая)	273—373	0,96
Гипс	311	0,91
Дерево		

дуб строганий	294	0,90 ,
бук	343	0,94
Карбид кремния	422-922	0,83-0,96
Кирпич		
белый огнеупорный	1366	0,29
шамотный	1256	0,75
шероховатый красный	311	0,93
Краска		
масляная, всех цветов	373	0,92-0,96
лаковая, тускло черная	311—366	0,96—0,98
Лед		
гладкий	273	0,966
шероховатые кристаллы	273	0,985
Мрамор белый	311	0,95
Окись алюминия на инконеле	811—1366	0,65—0,45
Окись магния огнеупорная	422-755	0,69-0,55
Рокайд А на молибдене	389—1089	0,79-0,60
Сажа от свечи	366-533	0,95
Слюда	311	0,75
Фарфор глазурованный	294	0,92
Шифер	311	0,67-0,80
Эбонит	293	0,92

1) В том случае, когда -указываются интервалы температур и степеней черноты, можно использовать линейную интерполяцию этих величин.

Интегральная поглощательная способность металлов по отношению к солнечному излучению, падающему по нормали на поверхность при 294 К

Металл	α'_n
Алюминий	
тщательно полированный	0,14
полированный	0,29
Вольфрам тщательно полированный	0,37
Железо оцинкованное	0,38
Медь	
тщательно полированная	0,18
чистая	0,25
тусклая	0,64
Нержавеющая сталь 301, полированная	0,37
Никель	
тщательно полированный	0,15
полированный	0,36
электролитический	0,40
Серебро тщательно полированное	0,07

Диэлектрик	α'_n
Асфальт тротуарный, очищенный от пыли	0,93
Бумага белая	0,28
Войлок черный	0,82
Глина	0,39
Гравий	0,29
Земля (вспаханное поле)	0,38
Кирпич красный	0,75
Краска	
алюминиевая	0,55
масляная цинковая, белая	0,30
масляная светло-зеленая	0,50
масляная светло-серая	0,75
масляная черная на оцинкованном железе	0,90
Листья зеленые	0,71—0,79
Мрамор белый	0,46

Окись цинка	0,15
Сажа угольная	0,95
Черепица цементная кровельная	
неокрашенная	0,73
коричневая	0,91
черная	0,91
Шифер голубовато-серый	0,88

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блох А.Г., Журавлев Ю.А., Рыжков Л.Н. Теплообмен излучением: Справочник. — М.: Энергоиздат, 1991. — 432 с.
2. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением: Пер. с англ./под ред. Б.А. Хрусталева, М.: Мир, 1975. — 934 с.
3. Крэйт Ф., Блэк У. Основы теплопередачи. М.: Мир, 1983. — 512 с.
4. Сперроу Э.М., Сесс Р.Д. Теплообмен излучением: Пер. с англ./ Под ред. А.Г. Блоха, Л.: Энергия, 1971. — 294 с.
5. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача: Учебник для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1981. — 416 с.
6. Адрианов В.Н. Основы радиационного и сложного теплообмена. — М.: Энергия, 1972. — 436 с.

Навчально-методичне видання

**ЮШКО Сергій Вікторович
ЛИСІКОВА Ірина Вікторівна**

**ТЕПЛООБМІН ВИПРОМІНЮВАННЯМ
ДІФУЗНИХ ПОВЕРХОНЬ**

Навчально-методичний посібник

для студентів спеціальності

8.090507 “Кріогенна техніка і технологія”

Російською мовою

Роботу рекомендує до друку О.П. Сук

В авторській редакції

План 2004р., поз. 14 / 80-03.

Підписано до друку 00.00.2004. Формат 60x84 ¹/₁₆. Папір офсетний.
Друк-ризографія. Гарнітура Times New Roman. Умовн. друк. арк. 0,0.
Обл.-вид. арк. 0,0. Наклад 200 прим. Зам. № ____ . Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ “ХП”.

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК №116 від 10.07.2000р.

61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

Друкарня НТУ “ХП”

