Программа

международной научно-технической конференции

«КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В НАУКОЕМКИХ ТЕХНОЛОГИЯХ» (КМНТ-2014)

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени В. Н. КАРАЗИНА
ННЦ ХАРЬКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КИЕВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ТАРАСА ШЕВЧЕНКО
ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ АВТОМОБЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
РОВЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНЫЙ УНИВЕРСИСТЕТ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Н. Е. ЖУКОВСКОГО (Харьков)
ЗАО «ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ» (Харьков)
БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ХЕРСОНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
TEAM INTERNATIONAL SERVICES, INC. (LAKE MARY, USA)

Харьков-2014

Секция 1

Математическое моделирование физических процессов,
ауд. **535.**

Сопредседатели секции: **Гандель Юрий Владимирович, Бомба Андрей Ярославович, Мищенко Виктор Олегович**

1. БАБЕНКО К.Є.
ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ МІШАНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯННЯ ЛАПЛАСА У ВИПАДКУ ТОРОЇДАЛЬНОЇ ОБЛАСТІ

2. БОМБА А.Я., ПРИСЯЖНЮК О.В.
МОДЕЛЬНІ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНІ ЗАДАЧІ ПРОЦЕСІВ ОЧИСТКИ СТІЧНИХ ВОД ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ПОРИСТИХ МІКРОЧАСТИНОК

3. БОМБА А.Я., СІНЧУК А.М.
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ПРОЦЕСІВ ВИТІСНЕННЯ В НАФТОГАЗОВИХ ПЛАСТАХ ЗА УМОВ ГІДРОРОЗРИВУ

4. БОМБА А.Я., ГЛАДКА О.М
МЕТОД КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ НЕЛІНІЙНИХ КВАЗІІДЕАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ

5. БОРОВИНСКИЙ А.В., МИЩЕНКО В.О., ПАТОЧКИН Б.В.
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ТОЧНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ МДО ДИФРАКЦИИ НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ ЛЕНТАХ

6. БУЙ Д.Б., ГЛУШКО И.Н.
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОПЕРАЦИИ МУЛЬТИМНОЖЕСТВЕННОЙ ТАБЛИЧНОЙ АЛГЕБРЫ

7. ВАСИЛЬЧЕНКОВА А.О., ЧЕРКАССКИЙ В.А.
ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДОВ РЕГУЛЯРНОСТЬ-ХАОС-РЕГУЛЯРНОСТЬ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ПОТЕНЦИАЛА

8. ВЕЛИЧКО Е.В., ШТЕФАН Т.А.
ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ ЭНЕРГИИ ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ В ЦИЛИНДРЕ ПРИ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПОЛОГИМ ПАРАБОЛИЧЕСКИМ ШТАМПОМ

9. ГЛУШИЧ П.А., НАУМЕНКО О.В., СТРЕЛЬНИКОВА Е.А.
КОЛЕБАНИЯ ЖИДКОСТИ В ЖЕСТКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗЕРВУАРАХ В УСЛОВИЯХ НИЗКОЙ ГРАВИТАЦИИ

10. ГОЛУБЕВ Г.В..
КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВЫСОКОВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ.

11. ДЕГТЯРЕВ К.Г., ГНИТЬКО В.И., ТОНКОНОЖЕНКО А.М.
КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ НА ТОПЛИВНЫЙ БАК.

12. ДМИТРОЦА Л.П., ПРИЙМАК М.В.
СИСТЕМА ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ ІЗ ЗМІННИМ ПЕРІОДОМ ТА ДЕЯКІ ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ

13. ДМИТРУК В.А., БІЛУЩАК Ю.І., ГЕРА Б.В.
ПАКЕТ ПРОГРАМ РОЗРАХУНКУ ДИФУЗІЇ З КОНВЕКЦІЄЮ В ДВОФАЗНИХ РЕГУЛЯРНИХ СТРУКТУРАХ

14. ДОРОФЕЕВА В.И.
ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОСЕДАНИЯ БУГРА ГРУНТОВЫХ ВОД В ОБЛАСТЯХ С ПОЛУПРОНИЦАЕМЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

15. ЕГОРОВА О.Д., ШЕЛУДЬКО Г.А.
ГИБРИДНЫЙ МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ В ЗАДАЧЕ ОТСТРОЙКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕЗЕРВУАРА ОТ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ

16. ЕРОФЕЕНКО В.Т., ПРИЙМЕНКО С.Д.
МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСОВ НА ПОЛУПРОСТРАНСТВО С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

17. ЖУЧЕНКО С.В.
ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ О ДИФРАКЦИИ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА КРУГЛОМ ДИСКЕ И СФЕРИЧЕСКИХ СЕГМЕНТАХ

18. ИВАНОВ П.И., ИВАНОВ Р.П., КУЯНОВ А.Ю., СИТАЙЛО М.Ю.
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВВЕДЕНИЯ В ДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ПАРАШЮТНОЙ СИСТЕМЫ.

6

УДК 658.51.012

ПИГНАСТЫЙ О.М., ХОДУСОВ В.Д.

КИНЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ ПОТОКОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ЛИНИИ

Состояние равновесных производственных процессов может быть описано моделями теории очередей (TQ-model) [1], моделями жидкости (Fluid–model) [2] и дискретно-событийными моделями (DES-model) [3]. Каждый тип моделей имеет широкое применение, но ни один из них в полной мере не позволяет провести исследование характерных для современного поточного производства неравновесных переходных режимов функционирования производственной линии [4]. Использование TQ-моделей для описания переходных процессов приводит к чрезмерному усложнению задачи [1], DES-модели требуют больших затрат машинного времени, Fluid-модели ориентированы на малое количество интервалов обобщения технологического маршрута и линейные стационарные решения [5].

В последнее десятилетие для проектирования поточных линий используются модели, содержащие уравнения в частных производных (PDE-model) [6-9]. Введенный класс моделей позволил перейти к детальному исследованию колебаний ее параметров. Амплитуда колебаний определяет размер емкости межоперационных накопителей, необходимых для обеспечения бесперебойной работы поточной линии. Колебания параметров тесно связаны со стохастическим характером взаимодействия предметов труда и производственного оборудования. Статистическое описание состояния предметов труда, находящихся в процессе технологической обработки, осуществляется функцией распределения $\chi(t,S,\mu)$ в фазовом технологическом пространстве (S,μ) [9,10]. Обобщенная координата $S \in [0, S_d]$ (грн.) определяет степень готовности изделия [9,10], соответствует стоимости технологических ресурсов, перенесенных на предмет труда с себестоимостью S_d. Обобщенная координата μ (грн./час) характеризует интенсивность переноса технологических ресурсов на предмет труда. Кинетическое уравнение для функции распределения $\chi = \chi(t,S,\mu)$ [9,10]

$$\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial t} + \frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial S}\mu + \frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial\mu} f(t,S) = \lambda_P(t,S)\left\{\int_0^\infty \left[\varphi(\mathrm{t,S},\tilde{\mu},\mu)\tilde{\mu}\chi(t,S,\tilde{\mu})\right]d\tilde{\mu} - \mu\chi(t,S,\mu)\right\};$$

$$f(t,S) = \frac{[\chi]_{1\psi}(t,S)}{[\chi]_0(t,S)}\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}(t,S)}{[\chi]_0(t,S)}\right); \qquad \int_0^\infty \varphi(\mathrm{t,S},\tilde{\mu},\mu)d\mu = 1; \ \int_0^\infty \chi(t,S,\mu)d\mu = [\chi]_0(t,S). \quad (1)$$

описывает движение предметов труда плотностью $[\chi]_0(t,S)$ по технологическому маршруту с темпом их обработки $[\chi]_{1\psi}(t,S)$ на оборудовании, расположенном с плотностью $\lambda_P = \lambda_P(t,S)$ по технологическому маршруту. Функция $\varphi(\mathrm{t,S},\tilde{\mu},\mu)$ определяет вероятность перехода предмета труда из состояния $(\mathrm{S},\tilde{\mu})$ в состояние (S,μ) в результате воздействия оборудования. Кинетическое уравнение (1) является нелинейным. Если допускается колебание потоковых параметров технологической линии с малой амплитудой, то $\chi(t,S,\mu)$ можно линеаризовать:

$$\chi(t,S,\mu) = \chi_0(t,S,\mu) + \chi_1(t,S,\mu), \quad \chi_0(t,S,\mu) >> \chi_1(t,S,\mu), \quad (2)$$

где $\chi_1 = \chi_1(t,S,\mu)$ - малое отклонение функции $\chi(t,S,\mu)$ от установившегося равновесного невозмущенного состояния $\chi_0 = \chi_0(t,S,\mu)$. Полагаем, что состояние предмета труда после воздействия оборудования не зависит от его состояния $\tilde{\mu}$ до воздействия. Для работающих в равновесном режиме поточных линий с высокой концентрацией оборудования по технологическому маршруту $\lambda_P(t,S)\cdot S_d >> 1$ кинетическое уравнений (1) имеет вид

$$\varphi_0(\mathrm{t,S},\mu)\cdot[\chi]_{1\psi} - \mu\cdot\chi_0(t,S,\mu) = 0; \qquad f_0(t,S) = \frac{[\chi]_{1\psi}(t,S)}{[\chi_0]_0(t,S)}\cdot\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}(t,S)}{[\chi_0]_0(t,S)}\right);$$

$$\frac{\partial\chi_0(t,S,\mu)}{\partial t} + \frac{\partial\chi_0(t,S,\mu)}{\partial S}\mu + \frac{\partial\chi_0(t,S,\mu)}{\partial\mu} f_0(t,S) = 0; \quad \int_0^\infty \chi_0(t,S,\mu)d\mu = [\chi_0]_0(t,S), \quad (3)$$

где $\varphi_0(\mathrm{t,S},\mu)$ представлена функцией вида [11,с.16]:

$$\varphi_0(\mathrm{t},\mathrm{S},\mu)=\frac{\beta^{\nu}\cdot\mu^{\nu-1}\cdot e^{-\beta\mu}}{\Gamma(\nu)}, \quad \Gamma(\nu)=\int_0^{\infty} e^{-t}\cdot t^{\nu-1}dt, \quad \nu>2, \quad \beta>0. \quad (4)$$

С учетом (4) для установившегося равновесного режима

$$\chi_0=[\chi_0]_{1\psi}\frac{\beta^{\nu}\mu^{\nu-2}e^{-\beta\mu}}{\Gamma(\nu)}, \quad B=[\chi_0]_{1\psi}\Big/[\chi_0]_0=\frac{\nu}{\beta}, \quad \lim_{\mu\to 0}\chi_0(\mu)=0, \ \lim_{\mu\to\infty}\chi_0(\mu)=0. \quad (5)$$

В ходе технологической обработки перед m-ым оборудованием образуется межоперационный задел в виде очереди $N_m=\int_{\mathrm{S_{m-1}}}^{\mathrm{S_m}}[\chi]_0(t,S)dS$ предметов труда [12,с.909-911]. Изменение плотности $[\chi]_0(t,S)$ в (1) приводит к изменению функции распределения предметов труда по состояниям $\chi(t,S,\mu)$, что вызывает изменение плотности предметов труда $[\chi]_0(t,S)$ и, следовательно, изменение длины очереди N_m. Рассмотрим колебания потоковых параметров производственной линии для распространенного случая синхронизации технологического оборудования [7-9], когда $\frac{\partial}{\partial S}[\chi]_{1\psi}(t,S)=0$. Для одномоментного описания [9,10]

$$\frac{\partial[\chi]_0(t,S)}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_{1\psi}(t,S)}{\partial S}=0 \quad (6)$$

из условия синхронизации оборудования (6) следует $\frac{\partial}{\partial t}[\chi]_0(t,S)$=0. Так как плотность межоперационных заделов для синхронизированной линии не меняется со временем, то, поместив часть предметов труда в межоперационные страховые накопители, можно начальное распределение предметов труда вдоль технологического маршрута представить в виде равномерного распределения плотности. С учетом (4)-(6) кинетическое уравнение (1) линеаризуем в окрестности установившегося невозмущенного состояния $\chi_0=\chi_0(t,S,\mu)$ (2)

$$\frac{\partial\chi_1}{\partial t}+\frac{\partial\chi_1}{\partial S}\mu-\frac{\partial\chi_0}{\partial\mu}B^3\frac{1}{[\chi]_{1\psi}}\frac{\partial[y]_0}{\partial S}=-\lambda_P\mu\chi_1, \qquad \int_0^{\infty}\chi_1 d\mu=[y]_0. \quad (7)$$

Поскольку (7) линейно и не содержит координат в явном виде, то функции $\chi_1=\chi_1(t,S,\mu)$ и $[y]_0=[y]_0(t,S)$ разложим на интервале $[0,S_d]$ в ряд Фурье. Решения уравнения (7) будем искать в виде $\chi_{1j}(t,\mu)e^{ik_jS}$, $[y_j]_0(t)e^{ik_jS}$, $k_j=(2\pi j)/S_d$. Тогда из (7) следует

$$\frac{\partial\chi_{1j}}{\partial t}+(ik_j+\lambda_P)\chi_{1j}\,\mu-\frac{\partial\chi_0}{\partial\mu}B^3\frac{1}{[\chi]_{1\psi}}ik_j[y_j]_0(t)=0, \qquad \int_0^{\infty}\chi_{1j}(t,\mu)d\mu=[y_j]_0(t). \quad (8)$$

Для решения уравнения (8) воспользуемся Фурье преобразованием

$$\chi_{1j}(t,\mu)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty+\sigma}^{\infty+\sigma}e^{-i\omega\cdot t}\chi_{1j\omega}(\mu)d\omega, \qquad \chi_{1j\omega}(\mu)=\int_0^{\infty}e^{i\omega\cdot t}\chi_{1j}(t,\mu)dt,$$

$$[y_j]_0(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty+\sigma}^{\infty+\sigma}e^{-i\omega\cdot t}[y_{j\omega}]_0 d\omega, \qquad [y_{j\omega}]_0=\int_0^{\infty}e^{i\omega\cdot t}[y_j]_0(t)dt. \quad (9)$$

Умножим слагаемые кинетического уравнения (8) на $e^{i\omega\cdot t}$ и проинтегрируем по t, получим

$$\chi_{1j\omega}(\mu)=\frac{\chi_{1j}(0,\mu)+\frac{\partial\chi_0}{\partial\mu}B^3\frac{1}{[\chi]_{1\psi}}ik_j[y_{j\omega}]_0}{i(k_j\mu-\omega)+\lambda_P\mu}. \quad (10)$$

Выражение (8) позволяет записать соотношение $\int_0^{\infty}\chi_{1j\omega}(\mu)d\mu=[y_{j\omega}]_0$. (11)

Подставив (10) в (11), и принимая во внимание, что [13,с.252]

$$\frac{1}{[\chi]_{1\psi}}\int_0^\infty \frac{\partial\chi_0(\mu)}{\partial\mu}\frac{d\mu}{\left(\mu-\frac{p}{\beta}\right)}=-\beta^3\left((\nu-2)-p\right)\frac{p^{\nu-3}e^{-p}}{\Gamma(\nu)}\ln p\,, \tag{12}$$

находим
$$[y_{k\omega}]_0=\frac{1}{\left(ik_j+\lambda_P\right)+\nu^3 ik_j\left((\nu-2)-p\right)\frac{p^{\nu-3}e^{-p}}{\Gamma(\nu)}\ln p}\int_0^\infty \frac{\chi_{1j}(0,\mu)}{\left(\mu-\frac{p}{\beta}\right)}d\mu \tag{13}$$

Формулы (10),(13) позволяют исследовать поведение функций $\chi_{1j}(t,\mu)$ и $\left[y_j\right]_0(t)$ с ростом t. Асимптотическое поведение функций при больших t определяется характером особенностей преобразования Лапласа. Будем полагать, что функция $\chi_{1j}(0,\mu)$ не имеет особенностей при конечных значениях μ. Введем $\omega_d=\frac{2\pi}{T_d}$ и $\omega_0=\frac{2\pi}{\tau_0}=2\pi\cdot[\chi]_{1\psi}$, $(\omega_d\le\omega\le\omega_0)$. Тогда асимптотика интеграла (13) при больших t задается нулями уравнения

$$D\left(\varepsilon,\frac{\omega}{\omega_d}\right)=1+i\varepsilon\left(1+v^3(\nu-2-p)\frac{p^{\nu-3}e^{-p}}{\Gamma(\nu)}\ln p\right)=0\,,\quad p=\frac{2\pi\cdot\nu}{M}\frac{\omega}{\omega_d}\frac{(\varepsilon+i)}{\left(\varepsilon^2+1\right)},\quad \varepsilon=\frac{k_j}{\lambda_P}\,. \tag{14}$$

Для синхронизированной поточной линии $\tau_1\approx\tau_2\approx..\approx\tau_m\approx..\approx\tau_M\approx\tau_0$ (N>>M), что позволяет длительность производственного цикла представить выражением $T_d\approx\tau_0\cdot N$. При изучении поточной линии рассмотрены колебания, период которых больше времени выполнения технологической операции τ_0 и не превышает длительность производственного цикла. Предполагаем, что длина волны колебаний потоковых параметров исследуемой линии превышает усредненную протяженность участка технологического маршрута, ограниченного одной технологической операцией и меньше протяженности всего технологического маршрута S_d. Пусть ω_k/ω_d является ближайшим к вещественной оси корень из множества корней дисперсионного уравнения (14), обладающий меньшей по величине мнимой частью $\mathrm{Im}(\omega/\omega_d)>0$. Тогда асимптотический закон убывания $\left[y_j\right]_0(t)$ дается выражением

$$\left[y_j\right]_0(t)\approx\exp(-i\,\mathrm{Re}\,\omega_k t)\cdot\exp(-\mathrm{Im}\omega_k t)\,. \tag{15}$$

С течением времени возмущения плотности $[\chi]_0(t,S)$ затухают экспоненциально с декрементом $\mathrm{Im}\omega_k$. Получено численное решение дисперсионного уравнения (15) для диапазона значений $\varepsilon\in[0.01..3.0]$ ($\nu=3$). Оценено характерное время затухания возмущения плотности $[\chi]_0(t,S)$ для поточной линии Intel, содержащей M=200 технологических операций при длительности производственного цикла T_d=8..12 недель [8]. Для $\varepsilon=\left(\frac{2\pi}{200}\right)=0{,}0314$ ($\nu=3$) численно определено теоретическое характерное время затухания $\tau\approx1..2$ недели. Наблюдения, полученные с производственных линий (M=200..400, $\nu=3$, $\varepsilon=0.02..0.04$) по изготовлению полупроводниковой продукции Intel подтверждают численные расчеты для времени затухания колебаний плотности $[\chi]_0(t,S)$ [14]. Экспериментальные данные [14,с.445] свидетельствуют о том, что на производственной линии периодически возникают возмущения потоковых параметров продолжительностью до $\tau\approx1..2$ недели при производственном цикле T_d=8..12 недель.

В заключении остановимся на свойствах функции $\chi(t,S,\mu)$. Помимо полюсов, происходящих от $[y_{k\omega}]_0$, подынтегральное выражение имеет полюс в точке $i(k_j\mu-\omega)+\lambda_P\mu=0$. По вычету в нем находим

$$\chi_{1j}(t,\mu)\approx\exp(-\lambda_P\mu t). \tag{16}$$

Возмущение функции распределения затухает со временем. Функция вида $\chi_1(t,S,\mu)\approx\exp\left(ik_jS-ik_j\mu t-\lambda_P\mu t\right)$ является решением кинетического уравнения

$$\frac{\partial \chi_1}{\partial t} + \frac{\partial \chi_1}{\partial S}\mu = -\lambda_P \mu \chi_1, \quad (17)$$

при начальном распределении $\chi_{1j}(0,\mu)\exp(ik_j S)$ с характерным временем затухания возмущений $\langle\tau\rangle \approx (\lambda_P\langle\mu\rangle)^{-1} \approx \frac{T_d}{M}$ функции распределения $\chi(t,S,\mu)$. Для производственного цикла T_d =8..12 недель [14,c.445] период затухания составляет $\langle\tau\rangle \approx 0.1$ недели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gross D. Fundamentals of Queueing Theory./ D. Gross, C. M. Harris.–New York,1974.–P. 490.
2. Harrison J. Brownian Motion and Stochastic Flow Systems./J.Harrison.–New York,1995.–P. 142.
3. Ramadge P. The control of discrete event systems “IEEE Proc.”. / P. Ramadge, W. Wonham. – New York, 1989. – vol. 77, №1. – P. 81 – 98.
4. Berg R. Partial differential equations in modelling and control of manufacturing systems,”M.S. thesis”. / R. Berg. – Netherlands, Eindhoven Univ. Technol., 2004. – P. 157.
5. Armbruster D. The production planning problem: Clearing functions, variable leads times, delay equations and partial differential equations: Decision Policies for Production Networks. / D. Armbruster, K.G. Kempf – Springer Verlag, 2012. – P. 289 – 303.
6. Lefeber E. Modeling, Validation and Control of Manufacturing Systems. / E.Lefeber, R.Berg, J.Rooda – Boston, Massachusetts, 2004. – P. 4583 – 4588.
7. Berg R. Modelling and Control of a Manufacturing Flow Line using Partial Differential Equations. IEEE Transactions on Control Systems Technology. / R.Berg, E.Lefeber, J.Rooda– Boston, 2008. – P. 130 – 136
8. Armbruster D. Continuous models for production flows. In Proceedings of the 2004 American Control Conference. / D.Armbruster, C.Ringhofer, T- J. Jo – Boston, MA, USA, 2004. – P. 4589 – 4594
9. Пигнастый О. М. Статистическая теория производственных систем. / О. М. Пигнастый. – Х.: Изд. ХНУ им. Каразина, 2007. – С. 388.
10. Armbruster D. Kinetic and fluid model hierarchies for supply chains supporting policy attributes. Bulletin of the Institute of Mathematics Academia Sinica (New Series), – 2007. – Vol. 2 №2. – P. 433 – 460.
11. Zhang L. System-theoretic properties of Production Lines. A dissertation submitted the degree of Doctor of Philosophy. / L.Zhang– Michigan, 2009. – P. 289.
12. Armbruster D. A model for the dynamics of large queuing networks and supply chains. / D.Armbruster, P.Degond, C.Ringhofer – SIAM Journal on Applied Mathematics 66(3), 2006. – P. 896–920
13. Сборник задач по теории аналитических функций. / [Евграфов М.А., Бежанов К.А., Сидоров Ю.В., Федорюк М.В, Шабунин М.И.]. – М.: Наука, 1972. – С. 416.
14. Tian F. An iterative approach to item-level tactical production and inventory planning. / F.Tian, S.Willems, K.Kempf –International Journal of Production Economics, 2011. – vol. 133. – P. 439 – 450 .

ПИГНАСТЫЙ Олег Михайлович – к.т.н., доцент кафедры компьютерного мониторингу и логистики, Национальный Технический Университет "ХПИ",

Научные интересы: *статистическая теория производственных систем*

ХОДУСОВ Валерий Дмитриевич– д.ф.-м.н, профессор кафедры Теоретической ядерной физики и высшей математики, Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина

Научные интересы: *статистическая теория производственных систем*