

ТЕХНИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРАМИ ПОТОЧНОЙ ЛИНИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СВЕРХУРОЧНЫХ РАБОТ

В.Я. Заруба, О.М. Пигнастый

НТУ «ХПИ», г. Харьков

ekmm@kpi.kharkov.ru, pom7@bk.ru

Введение

Теория управления технологическими процессами является интенсивно развивающейся областью знаний, создание которой стимулируется практическими потребностями развития производства. Наряду с традиционными методами начинают играть все большую роль новые методы построения моделей управления технологическими процессами, связанные с широким использование статистического подхода [1, 2], хорошо представленного в теории автоматического управления. Основные принципы формирования управления технологическим процессом основываются на программном управлении и управлении по возмущению [3]. Структура системы управления параметрами технологического процесса в известной мере отражает временной порядок принятия решения [3], что позволяет статистически выразить медленно меняющие значения параметров технологического процесса на макроуровне через состояния объектов производственно-технической системы на микроуровне [1, 2].

1. Техническое содержание задачи расчета программного движения

Перед предприятием, работающим в одну смену, поставлена задача выпуска партии изделий за минимально возможный производственный цикл. Для выполнения задачи выделены ресурсы на проведение сверхурочных работ. Известна технология изготовления продукции: а) последовательность технологических операций в составе технологического процесса и их параметры; б) оборудование, необходимое для выполнения технологической операции, параметры его работы и схема расстановки; в) свойства предмета труда и законы переноса технологических ресурсов на предметы труда в ходе воздействия оборудования. Сокращение длительности производственного цикла возможно за счет использования заданного ресурса сверхурочного времени. Полагаем, что стоимость часа выполнения сверхурочных работ является разной для каждой технологической операции. Макропараметрами технологического процесса в двухмоментном описании являются межоперационные заделы и темп движения предметов труда по технологическому маршруту [1]. Для описания поведения макропараметров технологического процесса в пространстве и времени [1, 2] введем одномерное координатное пространство (t, S) . Координата S (грн) определяет место расположения предмета труда в технологическом маршруте, соответствует стоимости технологических ресурсов, перенесенных на предмет труда в данном месте технологического маршрута в момент времени t . Введение одномерного координатного пространства позволяет построить компактные, качественно обозримые модели управления технологическим процессом поточной линии. Хотя многомерное описание приводит к повышении точности и адекватности описания объекта, следует заметить, что полученные результаты в рассмотр-

ренном одномерном описании позволяют получить результаты, содержащие более обширную качественную и количественную информацию о поведении макропараметров технологического процесса, чем модели [3]. Разобьем координатную ось OS на отрезки $\Delta S_m \in [S_{m-1}, S_m]$. Координата S_{m-1} (грн) и S_m (грн) характеризует начало и окончание m -ой технологической операции, последовательно расположенных вдоль технологического маршрута, $m=1..M$. При этом полагаем, что $S_0 = 0$ (грн), $S_M = S_d$ (грн), где S_d (грн) – себестоимость изготовления продукции.

Пусть функция $z_{\hat{n}}(t, S_m)$ (грн/час) определяет стоимость часа сверхурочных работ для m -ой операции в момент времени t . В течение производственного цикла стоимость часа сверхурочных работ для одной и той же операции может меняться. Введем плотность $\omega_z(t, S)$ распределения стоимости часа сверхурочных работ и плотность $\omega_t(S)$ распределения операций по технологическому маршруту на интервале $[0; S_d]$:

$$\int_{S_{m-1}}^{S_m} \omega_z(t, S) dS = z_{\hat{n}}(t, S_m) \left(\frac{\text{грн}}{\text{час}} \right); \quad \int_0^{S_d} \omega_z(t, S) dS = \sum_{m=1}^M \int_{S_{m-1}}^{S_m} \omega_z(t, S) dS = \sum_{m=1}^M z_{\hat{n}}(t, S_m) \left(\frac{\text{грн}}{\text{час}} \right); \quad (1)$$

$$\int_{S_{m-1}}^{S_m} \omega_t(S) dS = 1 \text{ (ум); } \int_0^{S_d} \omega_t(S) dS = \sum_{m=1}^M \int_{S_{m-1}}^{S_m} \omega_z(S) dS = M \text{ (ум).} \quad (2)$$

Функции распределения $\omega_z(t, S)$ и $\omega_t(S)$ определены из условий (1) и (2), нормированы на стоимость работы технологической линии в сверхурочное время в течение одного часа и количество M технологических операций. Введем функцию $W_{\delta}(t, S)$, характеризующую работу оборудования в сверхурочное время. Определим $W_{\delta}(t, S) \cdot dt$ как количество сверхурочных часов работы оборудования в месте технологического маршрута с координатой $S \in [S_{m-1}, S_m]$ за время dt . Стоимостью затрат на выполнение m -й операции за длительность производственного цикла T_d $\int_0^{T_d} \int_{S_{m-1}}^{S_m} W_{\delta}(t, S) \cdot \omega_z(t, S) dS dt$ (грн). Стоимость C_{ce} затрат технологических ресурсов на проведение сверхурочных работ за продолжительность производственного цикла T_d :

$$C_{ce}(T_d) = \int_0^{T_d} \int_{0}^{S_d} W_{\delta}(t, S) \cdot \omega_z(t, S) dS dt \text{ (грн)},$$

а продолжительность T_{ce} проведения сверхурочных работ для всех M операций

$$T_{ce}(T_d) = \int_0^{T_d} \int_0^{S_d} W_{\delta}(t, S) \cdot \omega_t(S) dS dt \text{ (час)}.$$

Макропараметры технологического процесса для непрерывного поточного производства с достаточно большим количеством технологических операций удовлетворяют системе одномоментных балансовых уравнений [1]:

$$\frac{\partial [\chi]_0(t, S)}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_l(t, S)}{\partial S} = 0, \quad [\chi]_l(t, S) = [\chi]_{l\Psi}(t, S). \quad (3)$$

Нормативный темп $[\chi]_{l\Psi}(t, S)$ движения предметов труда по свободной технологической линии задан. Управление макропараметрами $[\chi]_0(t, S)$, $[\chi]_l(t, S)$ осуществляется за счет регулирования длительности, времени и места проведения сверхурочных работ.

Управляющая функция $U_{\delta}(t, S) = W_{\delta}(t, S)$ – длительности сверхурочных работ в месте технологического маршрута с координатой S в момент времени t . Поведение макропараметров стеснено начальными и граничными условиями, которые определяют распределение предметов труда по технологической линии в начальный и конечный момент времени и (граничные условия) поступление со склада сырья, материалов на первую технологическую операцию и выдачу изделий с последней операции.

$$[\chi]_0(0, S) = [\chi]_{00}(S), [\chi]_0(T_d, S) = [\chi]_{0T_d}(S), [\chi]_0(t, 0) = [\chi]_{0S}(t), [\chi]_l(t, 0) = [\chi]_{lS}(t)$$

В отсутствие сверхурочных работ макропараметры технологического процесса в момент t_q окончания q -ой смены и начала $(q+1)$ -ой смены являются непрерывными функциями времени t с непрерывными производными n -го порядка. Предполагается, что сокращения длительности производственного цикла не приводит к изменению технологии производства, т.е параметры, характеризующие технологическую операцию остаются неизменными, а именно $[\chi]_l(t, S) = [\chi]_{lq}(S)$. Принимая это во внимание, система уравнений (3) может быть проинтегрирована

$$[\chi]_0(t, S) = [\chi]_0(0, S) - \frac{\partial [\chi]_{lq}(S)}{\partial S} \cdot t, [\chi]_l(t, S) = [\chi]_{l\Psi}(t, S) = [\chi]_{lq}(S).$$

Для управления макропараметрами технологического оборудования дополним уравнения (3) управляющей функцией $U_{\delta}(t, S) = W_{\delta}(t, S)$:

$$\frac{\partial [\chi]_0(t, S)}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_{lq}(S)}{\partial S} = \frac{\partial ([\chi]_{lq}(S) \cdot U_{\delta}(t, S))}{\partial S}, \quad (4)$$

$$U_{\delta}(t, S) = W_{\delta}(t, S) = W(t, S) \cdot \delta(t - t_q), \quad t_q = 8 \cdot q \text{ (час)} \quad W(t_q, S) \leq 8 \text{ (час)}.$$

где $\delta(t - t_q)$ – дельта-функции Дирака. Управление макропараметрами осуществляется за счет управления длительностью сверхурочных работ. Сверхурочные работы выполняются в момент времени t_q между окончанием q -ой смены и началом $(q+1)$ -ой смены. Тогда выражение для изменения плотности межоперационных заделов (4) может быть записано в следующем виде

$$[\chi]_0(\tau, S) = [\chi]_0(0, S) - \frac{\partial [\chi]_{lq}(S)}{\partial S} \cdot \tau + \sum_{q=1}^k \frac{\partial}{\partial S} ([\chi]_{lq}(S) \cdot W(t_q, S)).$$

где моменты времени проведения сверхурочных работ $0 < t_1 < \dots < t_q < t_{q+1} < \dots < t_k \leq \tau$ (час) с продолжительностью $W(t_1, S), \dots, W(t_q, S), W(t_{q+1}, S), \dots, W(t_k, S)$ (час). Число смен со сверхурочной работой оборудования, моменты времени t_q , их длительность $W(t_q, S) \leq 8$ (час) зависят от выбора управления и в задачах управления являются управляющими параметрами. Общее количество предметов труда в межоперационном заделе протяженностью $\Delta S_m = (S_m - S_{m-1})$ для технологической операции с началом S_{m-1} и окончанием S_m определяется величиной

$$\begin{aligned} \int_{S_{m-1}}^{S_m} ([\chi]_0(\tau, S) - [\chi]_0(0, S)) dS \text{ (ум)} = & - ([\chi]_{lq}(S_m) - [\chi]_{lq}(S_{m-1})) \cdot \tau - \\ & - \sum_{q=1}^k ([\chi]_{lq}(S_m) \cdot W(t_q, S_m) - [\chi]_{lq}(S_{m-1}) \cdot W(t_q, S_{m-1})) \text{ (ум)}, \end{aligned}$$

где $\int_{S_{m-1}}^{S_m} ([\chi]_0(t, S) - [\chi]_0(0, S)) dS$ (*шт*) – изменение межоперационного задела *m*-ой технологической операции за время t (*час*); $[\chi]_{lq}(S_m) \cdot t$ (*шт*) – количество предметов труда, которое ушло с *m*-ой технологической операции на $(m+1)$ -ую за время t (*час*); $[\chi]_{lq}(S_m) \cdot W(t_q, S_m)$ (*шт*) – количество предметов труда, которое ушло с *m*-ой технологической операции на $(m+1)$ -ую за время $W(t_q, S_m)$ (*час*) проведения сверхурочных работ между окончанием *q*-ой и началом $(q+1)$ -ой смены.

2. Постановка задачи программного управления.

В достаточно общем виде задача определения оптимальной программы управления макропараметрами $[\chi]_0(t, S)$, $[\chi]_l(t, S)$ поточной технологической линии с использованием для управления сверхурочных работ может быть сформулирована следующим образом: определить состояние макропараметров $[\chi]_0(t, S) \in G_0$, $[\chi]_l(t, S) \in G_1$ поточной линии в течение промежутка времени $t \in [0, T_d]$ вдоль технологического маршрута $S \in [0, S_d]$ при управлении длительностью сверхурочных работ $U_\delta(t, S) = W_\delta(t, S) \in G_U$, доставляющих минимум функционалу

$$C_{cb} = \int_0^{T_d} \int_0^{S_d} U_\delta(t, S) \cdot \omega_z(t, S) dS dt \rightarrow \min \text{ (грн)}$$

при дифференциальных связях

$$\frac{\partial [\chi]_0(t, S)}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_{lq}(S)}{\partial S} = \frac{\partial ([\chi]_{lq}(S) \cdot U_\delta(t, S))}{\partial S},$$

ограничениях вдоль траектории на фазовые переменные $[\chi]_0(t, S)$

$$0 \leq [\chi]_0(t, S), [\chi]_0(t, S) \leq [\chi]_{0G}(S),$$

ограничениях вдоль траектории на управление $0 \leq U_\delta(t, S)$, $U_\delta(t, S) \leq U_{\delta G}(S)$, при начальных условиях $[\chi]_0(0, S) = [\chi]_{00}(S)$, при конечном состоянии (цель управления) $[\chi]_0(T_d, S) = [\chi]_{0T_d}(S)$ и граничных условиях $[\chi]_l(t, 0) = [\chi]_{lq}(0)$; $[\chi]_l(t, S_d) = [\chi]_{lq}(S_d)$.

Литература

1. Пигнастый О.М., Заруба В.Я. О взаимосвязи микро- и макроописания производственно-технических систем // Труды Международной научно-практической конференции «Управление большими системами». М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2009. С. 255-258.
2. Заруба В.Я., Пигнастый О.М. Энтропия технологического процесса // Труды Международной научно-практической конференции «Управление большими системами». М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2011. Т. 2. С. 145-148.
3. Первозванский А.А. Математические методы в управлении производством. М.: Наука, 1975. 616 с.