

## ЗАДАЧИ ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРАМИ ПОТОЧНОЙ ЛИНИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СВЕРХУРОЧНЫХ РАБОТ

О.М. Пигнастый, В.Я. Заруба

НТУ "ХПИ", Харьков

61002, ул. Фрунзе 21

Тел.: +(38)-057-751-0019, E-mail [pom7@bk.ru](mailto:pom7@bk.ru), [ekmm@kpi.kharkov.ru](mailto:ekmm@kpi.kharkov.ru)

**Ключевые слова:** статистическая теория динамических систем управления технологическими процессами

***Аннотация.** Рассмотрены основные элементы технологического процесса. Показана их взаимосвязь между собой в ходе движения предмета труда по технологическому маршруту. Детально рассмотрено техническое содержание задачи управления параметрами технологического процесса через сверхурочные работы. Представлена модель управления параметрами технологического процесса, основанная на статистических балансовых уравнениях для макропараметров технологического процесса. Поставлена задача программного управления параметрами технологического процесса.*

### Введение

Статистические методы построения оптимальных алгоритмов управления параметрами технологических процессов имеют в современных условиях особое значение. Такие алгоритмы позволяют снизить требования к точности математического описания технологических процессов, упрощают проектирование систем управления, уменьшают сроки наладки и испытания. Изучение динамических характеристик технологических процессов производственно-технической системы в общем случае сводится к изучению преобразования статистической системой управления стохастических входных параметров технологического процесса в его выходные параметры. Модель управления параметрами технологического процесса определяет зависимость статистических характеристик выходных параметров технологического процесса от статистических характеристик его входных параметров.

### Технологический процесс производственной системы как объект управления.

Производство представляет собой сложный процесс превращения сырья и материалов в готовую продукцию. Технологический процесс—часть производственного процесса, содержащая целенаправленные действия по изменению и (или) определению состояния предмета труда [1]. Основными элементами технологического процесса являются труд, средства труда и предметы труда. Технологический процесс может быть отнесен к изделию, его составной части или к методам обработки [1]. Изготовление продукции с заданными свойствами обеспечивается средствами труда: оборудованием, инструментом, оснасткой, производственными зданиями, сооружениями, с помощью которых работник воздействует на предмет труда. На предприятии предметы труда представляют собой сырье, материалы, детали и продукцию разной степени готовности [1]. Совокупность предметов труда и средств, участвующих в процессе производства, составляют средства производства. Часто в качестве единицы планирования и управления используется изделие—предмет труда или набор предметов производства[2]. Изделие характеризуется свойствами. Свойство изделия – объективная особенность, проявляющаяся при его создании [3]. К свойствам предмета труда относятся размеры, формы, твердость, шероховатость. Признак, количественно характеризующий свойства или состояния изделия называется параметром изделия [3]. Разность между наибольшим и наименьшим предельными значениями параметров изделия задает допуск, назначаемый исходя из технологической точности или требований к изделию. Любое значение параметра в заданном интервале, является допустимым.

По мере превращения в готовую продукцию предметы труда проходят отдельные, как правило, хорошо различимые во времени и пространстве стадии технологической обработки, что позволяет их рассматривать совместно с предметами труда в качестве объектов планирования и управления. Последовательное изменение состояния предметов труда происходит в процессе перехода от одной операции к другой. Каждая технологическая операция – это законченная часть технологического процесса, выполняемая на одном рабочем

месте [1], может быть разделена на элементы: технологический переход, вспомогательный переход, закрепление, рабочий и вспомогательный ход, прием, наладка [1]. Описание технологических процессов различают по степени детализации. Стандартным является маршрутное описание (сокращенное описание всех технологических операций в маршрутной карте в последовательности их выполнения без указания переходов и технологических режимов) и операционное описание [1]. Предмет труда или их набор, подлежащий производству, является изделием [2]. Изделия в ходе технологического процесса в зависимости от степени готовности и использования подразделяются на детали, комплексы, комплекты, сборочные единицы [2]. Обратный задел [1], минимальный или страховой остаток характеризуют незавершенное производство [4]. Под организацией, планированием и управлением технологическим процессом понимается совокупность методов сочетания и использования элементов производства – средств труда, предметов труда и живого труда. Под типом производства понимается совокупность организационно-технических и социально-экономических особенностей построения технологического процесса, обусловленных повторяемостью и непрерывностью обработки предмета труда, технологией производства, технологической и организационной структурой производства, а также видом движения предметов труда в ходе технологического процесса. Различают массовый, серийный и единичный тип производства, характеризующиеся коэффициентом закрепления операций за рабочим местом [5]. Массовый тип производства определяется узкой специализацией цехов и участков по выпуску продукции, ограниченным и устойчивым в течение длительного промежутка времени ассортиментом продукции, производимой в постоянном темпе. Значительная часть календарно-плановых нормативов для массового типа производства носит устойчивый характер и непосредственно закладывается в основу планового регламента работы поточных линий. Планирование базируется на расчете темпа выпуска деталей в рамках графиков работы участков и расчете страховых заделов. Каждый тип производства может быть организован разными методами. Основные из них поточные, партионные и единичные. Эффективными, отвечающие передовой организации производств, являются поточные методы. Они внедряются при массовом, серийном и даже единичном типе производства.

#### **Техническое содержание задачи расчета программного движения.**

Перед предприятием, работающим в одну смену, поставлена задача выпуска партии изделий за минимальный производственный цикл. Для ее выполнения выделены ресурсы на проведение сверхурочных работ. Известна технология изготовления продукции: а) последовательность операций в составе технологического процесса и их параметры; б) оборудование для выполнения технологической операции, параметры его работы и схема расстановки; в) свойства предмета труда и законы переноса технологических ресурсов на предметы труда в ходе воздействия оборудования. Сокращение длительности производственного цикла возможно за счет использования ресурса сверхурочного времени. Полагаем, что стоимость часа выполнения сверхурочных работ разная для каждой операции. Макропараметрами технологического процесса являются межоперационные заделы и темп движения предметов труда по технологическому маршруту [6]. Для описания поведения макропараметров технологического процесса в пространстве и времени [6,7] введем одномерное координатное пространство  $(t, S)$ . Координата  $S$  (грн) определяет место расположения предмета труда в технологическом маршруте, соответствует усредненной стоимости технологических ресурсов, перенесенных на предмет труда в данном месте технологического маршрута в момент времени  $t$ . Введение одномерного координатного пространства позволяет построить компактные, качественно обозримые модели управления технологическим процессом поточной линии. Разобьем координатную ось  $OS$  на отрезки  $\Delta S_m \in [S_{m-1}, S_m[$ . Координата  $S_{m-1}$  (грн) и  $S_m$  (грн) характеризует начало и окончание  $m$ -ой операции,  $m = 1 \dots M$ . Полагаем  $S_0 = 0$  (грн),  $S_M = S_d$  (грн), где  $S_d$  (грн) — себестоимость изготовления продукции. Функция  $z_c(t, S_m)$  (грн/час) определяет стоимость часа сверхурочных работ для  $m$ -ой операции в момент времени  $t$ . Введем плотность  $\omega_z(t, S)$  распределения стоимости часа сверхурочных

работ и плотность  $\omega_z(S)$  распределения операций по технологическому маршруту на интервале  $[0; S_d]$ :

$$\int_{S_{m-1}}^{S_m} \omega_z(t, S) dS = z_c(t, S_m) \text{ (грн/шт)}; \int_0^{S_d} \omega_z(t, S) dS = \sum_{m=1}^M \int_{S_{m-1}}^{S_m} \omega_z(t, S) dS = \sum_{m=1}^M z_c(t, S_m) \text{ (грн/шт)}; \quad (1)$$

$$\int_{S_{m-1}}^{S_m} \omega_t(S) dS = 1 \text{ (шт)}; \int_0^{S_d} \omega_t(S) dS = \sum_{m=1}^M \int_{S_{m-1}}^{S_m} \omega_t(S) dS = M \text{ (шт)}. \quad (2)$$

Функции распределения  $\omega_z(t, S)$  и  $\omega_t(S)$  определены из условий (1) и (2), нормированы на стоимость работы линии в сверхурочное время в течение одного часа и количество  $M$  операций. Введем функцию  $W_\delta(t, S)$ , характеризующую работу оборудования в сверхурочное время. Определим  $W_\delta(t, S) \cdot dt$  как количество сверхурочных часов работы оборудования в месте технологического маршрута с координатой  $S \in [S_{m-1}, S_m]$  за время  $dt$ . Стоимость  $C_{sv}$  затрат ресурсов на проведение сверхурочных работ за время производственного цикла  $T_d$ :

$$C_{sv}(T_d) = \int_0^{T_d} \int_0^{S_d} W_\delta(t, S) \cdot \omega_z(t, S) dS dt \text{ (грн)}, \quad (3)$$

а продолжительность  $T_{sv}$  проведения сверхурочных работ для  $M$  операций

$$T_{sv}(T_d) = \int_0^{T_d} \int_0^{S_d} W_\delta(t, S) \cdot \omega_t(S) dS dt \text{ (час)}. \quad (4)$$

Макропараметры технологического процесса для непрерывного поточного производства с достаточно большим количеством технологических операций удовлетворяют системе одномоментных балансовых уравнений статистической модели описания поведения параметров технологического процесса для поточной линии [1]:

$$\frac{\partial [\chi]_0(t, S)}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_1(t, S)}{\partial S} = 0, \quad [\chi]_1(t, S) = [\chi]_{1\psi}(t, S). \quad (5)$$

Нормативный темп  $[\chi]_{1\psi}(t, S)$  движения предметов труда по свободной технологической линии задан. Управление макропараметрами  $[\chi]_0(t, S)$ ,  $[\chi]_1(t, S)$  осуществляется за счет регулирования длительности, времени и места проведения сверхурочных работ. Управляющая функция  $U_\delta(t, S) = W_\delta(t, S)$  – длительности сверхурочных работ в месте технологического маршрута с координатой  $S$  в момент времени  $t$ . Поведение макропараметров стеснено начальными условиями, которые определяют распределение предметов труда по технологической линии в начальный и конечный момент времени и граничными условиями, задающими поступление со склада сырья, материалов на первую технологическую операцию и выдачу изделий с последней операции в течение производственного цикла:

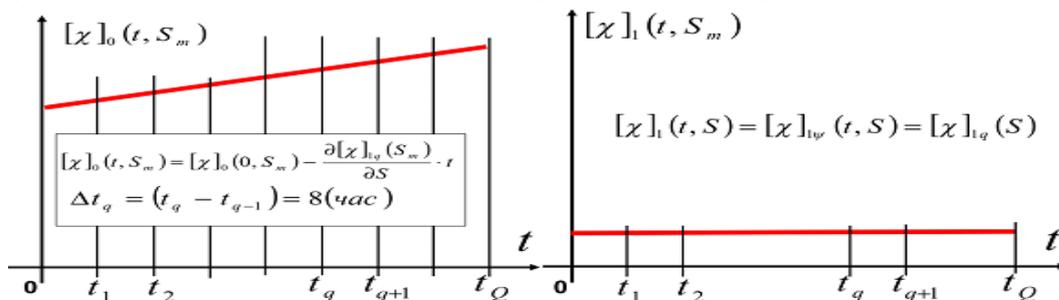


Рис.1. Поведение макропараметров  $[\chi]_0(t, S)$ ,  $[\chi]_1(t, S)$  в отсутствие сверхурочных работ

$$[\chi]_0(0, S)=[\chi]_{00}(S), [\chi]_0(T_d, S)=[\chi]_{0T_d}(S), [\chi]_0(t, 0)=[\chi]_{0S}(t), [\chi]_1(t, 0)=[\chi]_{1S}(t) \quad (6)$$

В отсутствие сверхурочных работ макропараметры технологического процесса в момент  $t_q$  окончания  $q$ -ой смены и начала  $(q+1)$ -ой смены являются непрерывными функциями времени  $t$  (рис.1). Параметры  $[\chi]_1(t, S)=[\chi]_{1q}(S)$ , характеризующие технологическую операцию, остаются неизменными. Система уравнений (5) может быть проинтегрирована

$$[\chi]_0(t, S)=[\chi]_0(0, S)-\frac{\partial[\chi]_{1q}(S)}{\partial S} \cdot t, [\chi]_1(t, S)=[\chi]_{1\psi}(t, S)=[\chi]_{1q}(S). \quad (7)$$

Дополним уравнения (5) управляющей функцией  $U_\delta(t, S)=W_\delta(t, S)$ :

$$\frac{\partial[\chi]_0(t, S)}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_{1q}(S)}{\partial S} = -\frac{\partial([\chi]_{1q}(S) \cdot U_\delta(t, S))}{\partial S}, \quad (8)$$

$$U_\delta(t, S)=W_\delta(t, S)=W(t, S) \cdot \delta(t-t_q), t_q=8 \cdot q \text{ (час)}, W(t_q, S) \leq 8 \text{ (час)} \quad (9)$$

где  $\delta(t-t_q)$  – дельта-функции Дирака. Управление макропараметрами осуществляется за счет изменения длительности сверхурочных работ, которые выполняются в момент времени  $t_q$   $0 < t_1 < \dots < t_q < t_{q+1} < \dots < t_k \leq \tau$  между окончанием  $q$ -ой смены и началом  $(q+1)$ -ой смены. Выражение для изменения плотности операционных заделов (8) может быть записано в виде

$$[\chi]_0(\tau, S)=[\chi]_0(0, S)-\frac{\partial[\chi]_{1q}(S)}{\partial S} \cdot \tau + \sum_{q=1}^k \frac{\partial}{\partial S} ([\chi]_{1q}(S) \cdot W(t_q, S)). \quad (10)$$

Число смен со сверхурочной работой, моменты времени  $t_q$ , их длительность  $W(t_q, S) \leq 8$  (час) зависят от выбора управления и в задачах управления являются управляющими параметрами (рис. 2). Общее количество предметов труда в заделе  $\Delta S_m = (S_m - S_{m-1})$  для технологической операции с началом  $S_{m-1}$  и окончанием  $S_m$  определяется величиной

$$\int_{S_{m-1}}^{S_m} ([\chi]_0(\tau, S) - [\chi]_0(0, S)) dS = -([\chi]_{1q}(S_m) - [\chi]_{1q}(S_{m-1})) \cdot \tau - \sum_{q=1}^k ([\chi]_{1q}(S_m) \cdot W(t_q, S_m) - [\chi]_{1q}(S_{m-1}) \cdot W(t_q, S_{m-1})) \quad (11)$$

где  $\int_{S_{m-1}}^{S_m} ([\chi]_0(\tau, S) - [\chi]_0(0, S)) dS$  (шт.) есть изменение межоперационного задела  $m$ -ой операции за время  $\tau$  (час);  $[\chi]_{1q}(S_m) \cdot \tau$  (шт.) – количество предметов труда, которое ушло с  $m$ -ой операции на  $(m+1)$ -ую за время  $\tau$  (час);  $[\chi]_{1q}(S_m) \cdot W(t_q, S_m)$  (шт.) – количество предметов труда, которое ушло с  $m$ -ой операции на  $(m+1)$ -ую за время  $W(t_q, S_m)$  (час) проведения сверхурочных работ между окончанием  $q$ -ой и началом  $(q+1)$ -ой смены.

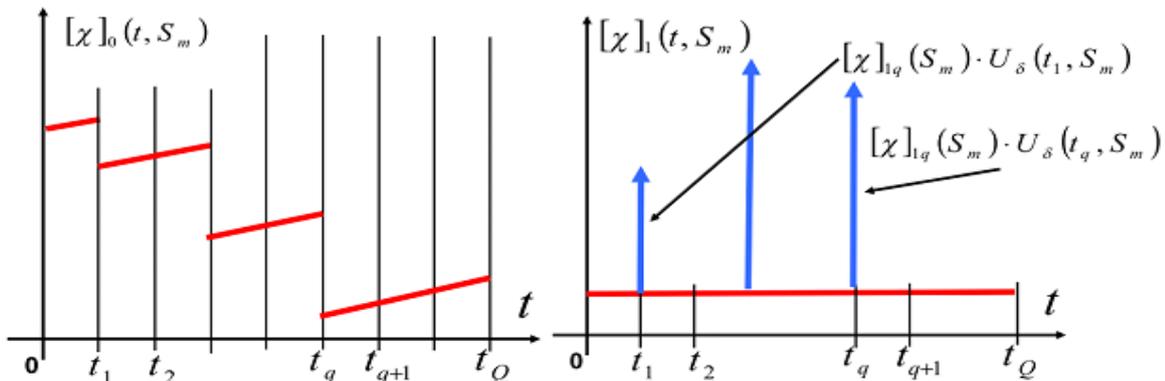


Рис.2. Поведение макропараметров  $[\chi]_0(t, S)$ ,  $[\chi]_1(t, S)$  при наличии сверхурочных работ

## Постановка задачи программного управления параметрами технологического процесса

В общем виде задача определения оптимальной программы управления макропараметрами  $[\chi]_0(t, S)$ ,  $[\chi]_1(t, S)$  поточной линии с использованием сверхурочных работ может быть сформулирована следующим образом: определить состояние макропараметров  $[\chi]_0(t, S) \in G_0$ ,  $[\chi]_1(t, S) \in G_1$  поточной линии в течение промежутка времени  $t \in [0, T_d]$  вдоль технологического маршрута  $S \in [0, S_d]$  при управлении длительностью сверхурочных работ  $U_\delta(t, S) = W_\delta(t, S) \in G_U$ , доставляющих минимум функционалу

$$C_{sv} = \int_0^{T_d} \int_0^{S_d} U_\delta(t, S) \cdot \omega_z(t, S) dS dt \rightarrow \min \text{ (грн)} \quad (12)$$

при дифференциальных связях 
$$\frac{\partial [\chi]_0(t, S)}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_{1q}(S)}{\partial S} = - \frac{\partial ([\chi]_{1q}(S) \cdot U_\delta(t, S))}{\partial S}, \quad (13)$$

ограничения вдоль траектории на фазовые переменные

$$[\chi]_0(t, S) \geq 0, [\chi]_0(t, S) \leq [\chi]_{0G}(S), \quad (14)$$

ограничения вдоль траектории на управление  $0 \leq U_\delta(t, S), U_\delta(t, S) \leq U_{\delta G}(S) = 8 \text{ (час)}, \quad (15)$

при начальных условиях  $[\chi]_0(0, S) = [\chi]_{00}(S), \quad (16)$

при конечном состоянии (цель управления)  $[\chi]_0(T_d, S) = [\chi]_{0T_d}(S) \quad (17)$

и граничных условиях  $[\chi]_1(t, 0) = [\chi]_{1q}(0); [\chi]_1(t, S_d) = [\chi]_{1q}(S_d) \quad (18)$

Производительность оборудования  $[\chi]_{1q}(S)$  вдоль технологического маршрута есть заданная функция координаты  $S$ . Темп движения  $[\chi]_1(t, 0) = [\chi]_{1q}(0)$  предметов труда, поступающих в виде заготовок сырья и материалов на поточную линию, и темп  $[\chi]_1(t, S_d) = [\chi]_{1q}(S_d)$  готовых деталей, сходящих с последней технологической операции, не зависит от времени, согласованы с планом снабжения производственного участка сырьем и материалами и планом отгрузок продукции отделом сбыта. Функционал (12) выражает затраты по всем операциям поточной линии на проведения сверхурочных работ за время  $T_d$ .

Стоимость часа сверхурочных работ для  $m$ -ой операции задана разной и переменной во времени, определена функцией  $\omega_z(t, S)$ . Управление  $U_\delta(t, S)$  в момент времени  $t$  задает количество сверхурочных часов работы оборудования в месте технологического маршрута с координатой  $S$ , удовлетворяет ограничениям (15). Считаем, что интервалы между сменами примыкают друг к другу рис.2. Следует понимать управление  $U_\delta(t, S)$  [9] как некоторый импульс, являющийся идеализацией достаточно большого по величине обычного управления в течение сверхурочной смены, сосредоточенного в окрестности точки  $t_q$ . Для обеспечения условий непрерывности потока предметов труда (14) по технологическому маршруту управление сверхурочными работами необходимо производить таким образом, чтобы в интервале времени  $\Delta t \in [t_q + \Delta t_q/2, t_{q+1} - \Delta t_q/2]$  между сменами шла непрерывная работа оборудования. Интегрирование уравнения баланса (8) в интервале времени  $\Delta t$  дает условие

непрерывности потока предметов труда. Интеграл 
$$\int_{t_q + \Delta t_q/2}^{t_{q+1} - \Delta t_q/2} \frac{\partial ([\chi]_{1q}(S) \cdot U_\delta(t, S))}{\partial S} dt$$
 из-за наличия в

подынтегральном выражении  $\delta(t - t_q)$  равен нулю.

Так как при  $\Delta t_q \rightarrow 0 ((t_{q+1} - \Delta t_{q+1}/2) - (t_q + \Delta t_q/2)) \rightarrow (t_{q+1} - t_q) = 8$ , то используя условие (14), запишем

$$[\chi]_0(t_q + \Delta t_q / 2, S) + \frac{\partial [\chi]_{1q}(S)}{\partial S} \cdot 8 \geq 0, \Delta t_q \rightarrow 0 \quad (19)$$

На момент окончания сверхурочных работ после  $q$ -ой смены в межоперационных заделах каждой операции должно находиться такое количество предметов труда, которое удовлетворяет условию (19), что обеспечивает непрерывный режим работы оборудования в течение  $(q+1)$ -ой смены. Функция  $U_\delta(t, S)$ , удовлетворяющая ограничениям (15), (19), обеспечивает достижение в ходе технологического процесса цели управления (17) и доставляет минимальное значение интегралу (12) является оптимальной программой или оптимальным управлением для макропараметров технологического процесса.

### Определение оптимальной программы управления макропараметрами технологического процесса методом счетного множества переменных

Для определения оптимальной программы управления воспользуемся методом счетного множества переменных [10]. Разложим функции  $W(t, S)$ ,  $\omega_z(t, S)$ ,  $[\chi]_0(t, S)$ ,  $[\chi]_{1q}(S)$  в ряд

Фурье на промежутке  $S \in [0, S_d]$ ,  $k_j = \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{S_d}$ ,  $j=1, \infty$  с коэффициентами разложения  $\{W\}_0, \{W\}_j, [W]_j, \{\omega_z\}_0, \{\omega_z\}_j, [\omega_z]_j, \{\chi_0\}_0, \{\chi_0\}_j, [\chi_0]_j, \{\chi_{1q}\}_0, \{\chi_{1q}\}_j, [\chi_{1q}]_j$  [11] в виде:

$$W(t, S) = \{W\}_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \{W\}_j \cdot \sin[k_j \cdot S] + \sum_{j=1}^{\infty} [W]_j \cdot \cos[k_j \cdot S], \quad \{W\}_0 = \{W\}_0(t) = \frac{1}{S_d} \int_0^{S_d} W(t, S) dS, \quad (20)$$

$$\{W\}_j = \{W\}_j(t) = \frac{2}{S_d} \int_0^{S_d} W(t, S) \cdot \sin[k_j \cdot S] dS, \quad [W]_j = [W]_j(t) = \frac{2}{S_d} \int_0^{S_d} W(t, S) \cdot \cos[k_j \cdot S] dS.$$

Коэффициенты разложения  $\{\omega_z\}_0, \{\omega_z\}_j, [\omega_z]_j, \{\chi_{1q}\}_0, \{\chi_{1q}\}_j, [\chi_{1q}]_j$  известны. Коэффициенты  $\{W\}_0, \{W\}_j, [W]_j, \{\chi_0\}_0, \{\chi_0\}_j, [\chi_0]_j$  подлежат определению. Принимая во внимание (20), критерий качества (12) выполнения сверхурочных работ может быть проинтегрирован в виде

$$C_{sv} = \int_0^{T_d} \delta(t - t_q) \cdot \left( \{W\}_0 \cdot \{\omega_z\}_0 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \{W\}_j \cdot \{\omega_z\}_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} [W]_j \cdot [\omega_z]_j \right) dt \rightarrow \min, (\text{грн}) \quad (21)$$

В случае, когда объектом управления сверхурочными работами выступает количество предметов труда, поступивших на технологическую операцию с координатой  $S$  в сверхурочное время  $t_q \in [0, T_d]$ ,  $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_q < \dots < T_d$  с функцией управления:

$$U_{\delta 2}(t, S) = [\chi]_{1q}(S) \cdot W(t, S) \cdot \delta(t - t_q), \quad (22)$$

$$[\chi]_{1q}(S) \cdot W(t, S) = \{\chi_{1q} W\}_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \{\chi_{1q} W\}_j \cdot \sin[k_j \cdot S] + \sum_{j=1}^{\infty} [\chi_{1q} W]_j \cdot \cos[k_j \cdot S], \quad (23)$$

уравнение балансов (13) может быть записано в виде независимых систем уравнений, определяющих поведения составляющей  $j$ -ой гармоники разложения (20)–(23):

$$\frac{d\{\chi_0\}_0}{dt} = 0, \quad \begin{cases} \frac{d\{\chi_0\}_j}{dt} - k_j \cdot [\chi_{1q}]_j = k_j \cdot [\chi_{1q} W]_j \cdot \delta(t - t_q), \\ \frac{d[\chi_0]_j}{dt} + k_j \cdot \{\chi_{1q}\}_j = -k_j \cdot \{\chi_{1q} W\}_j \cdot \delta(t - t_q), \end{cases} \quad k_j = \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{S_d}, \quad j=1, \infty. \quad (24)$$

В балансовом уравнении (13) слагаемое  $\frac{\partial}{\partial S}([\chi]_{1q}(S) \cdot U_\delta(t, S))$  не является линейной формой относительно коэффициентов разложения  $\{W\}_0, \{W\}_j, [W]_j, \{\chi_{1q}\}_0, \{\chi_{1q}\}_j, [\chi_{1q}]_j$ .

Анализ показывает, что уже при  $j > 2$  решение системы уравнений связано с трудностями. В связи с этим решение будем строить для управления  $U_{\delta 2}(t, S)$  с последующим переходом к  $U_{\delta}(t, S)$

$$U_{\delta}(t, S) = \frac{U_{\delta 2}(t, S)}{[\chi]_{1q}(S)} = \frac{\delta(t-t_q)}{[\chi]_{1q}(S)} \cdot \left( \{\chi_{1q}W\}_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \{\chi_{1q}W\}_j \cdot \sin[k_j \cdot S] + \sum_{j=1}^{\infty} [\chi_{1q}W]_j \cdot \cos[k_j \cdot S] \right) \quad (25)$$

Используя (25) и разложение

$$\frac{\omega_z(t, S)}{[\chi]_{1q}(S)} = \left\{ \frac{\omega_z}{\chi_{1q}} \right\}_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{\omega_z}{\chi_{1q}} \right\}_j \cdot \sin[k_j \cdot S] + \sum_{j=1}^{\infty} \left[ \frac{\omega_z}{\chi_{1q}} \right]_j \cdot \cos[k_j \cdot S], \quad k_j = \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{S_d}, \quad j=1, \infty, \quad (26)$$

целевой функционал (21) представим в форме

$$C_{sv} = \int_0^{T_d} \delta(t-t_q) \cdot \left( \{\chi_{1q}W\}_0 \cdot \left\{ \frac{\omega_z}{\chi_{1q}} \right\}_0 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \{\chi_{1q}W\}_j \cdot \left\{ \frac{\omega_z}{\chi_{1q}} \right\}_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} [\chi_{1q}W]_j \cdot \left[ \frac{\omega_z}{\chi_{1q}} \right]_j \right) dt \rightarrow \min, (\text{грн}) \quad (27)$$

при дифференциальных связях

$$\frac{d\{\chi_0\}_0}{dt} = 0, \quad \begin{cases} \frac{d\{\chi_0\}_j}{dt} - k_j \cdot [\chi_{1q}]_j = k_j \cdot [\chi_{1q}W]_j \cdot \delta(t-t_q), \\ \frac{d[\chi_0]_j}{dt} + k_j \cdot \{\chi_{1q}\}_j = -k_j \cdot \{\chi_{1q}W\}_j \cdot \delta(t-t_q), \end{cases} \quad \begin{cases} v_0 = \sum_{q=1}^{N_q} \{\chi_{1q}W\}_0 \cdot \delta(t-t_q), \\ v_{sj} = \sum_{q=1}^{N_q} \{\chi_{1q}W\}_j \cdot \delta(t-t_q), \\ v_{cj} = \sum_{q=1}^{N_q} [\chi_{1q}W]_j \cdot \delta(t-t_q), \end{cases} \quad (28)$$

Принимая во внимание вид целевого функционала (27) при дифференциальных связях (28), фазовых ограничений (14) и ограничений на управление (15), запишем функцию Понтрягина

$$H = \sum_{j=1}^{\infty} \left( \psi_{sj} \cdot k_j \cdot (v_{cj} + [\chi_{1q}]_j) - \psi_{cj} \cdot k_j \cdot (v_{sj} + \{\chi_{1q}\}_j) - \frac{1}{2} v_{sj} \cdot \left\{ \frac{\omega_z}{\chi_{1q}} \right\}_j - \frac{1}{2} v_{cj} \cdot \left[ \frac{\omega_z}{\chi_{1q}} \right]_j \right) - v_0 \cdot \left\{ \frac{\omega_z}{\chi_{1q}} \right\}_0, \quad (36)$$

позволяющую определить программное управление параметрами технологического процесса.

### Заключение

На рис.3 и 4 представлены результаты расчета для 3-й технологической операции программного управления партией деталей в количестве 18400 штук, поступивших на поточную линию, состоящую из 23-х технологических операций.

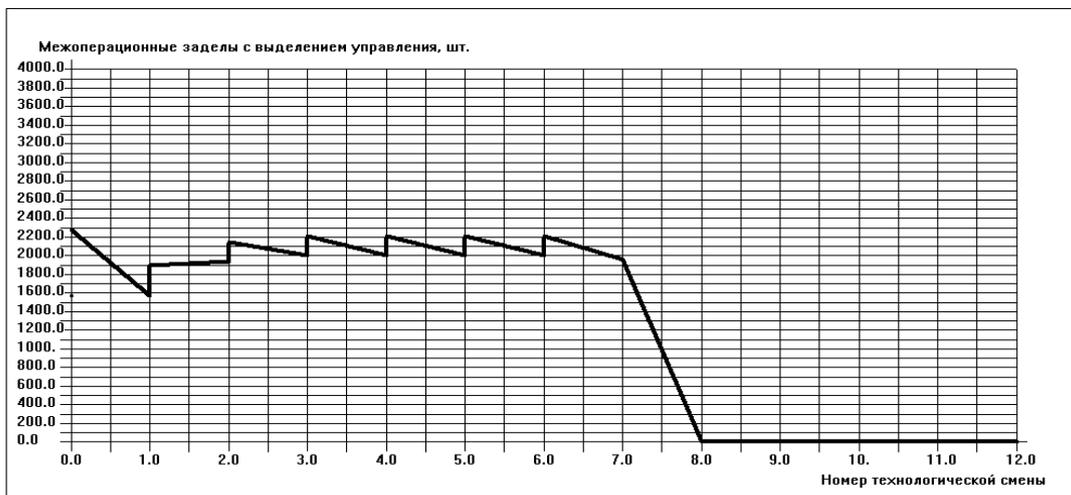


Рис.3. Динамика состояния заделов для 3-й технологической операции

Первые две смены соответствуют переходному режиму состояния межоперационных заделов (рис.3) в результате управления количеством обработанных предметов труда (рис.4) на 3-й технологической операции. После второй смены и до начала седьмой наступил установившийся режим работы технологической линии на 3-й технологической операции. Установившийся режим обеспечивался выпуском продукции в количестве 200 штук в сверхурочное время на протяжении работы 5ти смен после 2-й технологической смены. При сменной норме обработки деталей для 3-й технологической операции в количестве 3000 деталей время сверхурочной работы в установившемся режиме составило 32 минуты ежедневно. После окончания седьмой смены партия деталей прошла полностью обработку на 3-й технологической операции и необходимость в сверхурочных работах отпала. При стоимости изготовления партии продукции в размере 54000 гривен стоимость выполнения сверхурочных работ  $C_{sv} = 2201$  гривен, что составляет 4% от общей стоимости заказа. Использование сверхурочных работ позволило сократить производственный цикл изготовления партии деталей с 14 дней до 12 дней. Применение программного продукта для реализации оптимального управления сверхурочными работами позволило сделать прогноз и оценить эффективность мероприятий по снижению длительности производственного цикла.

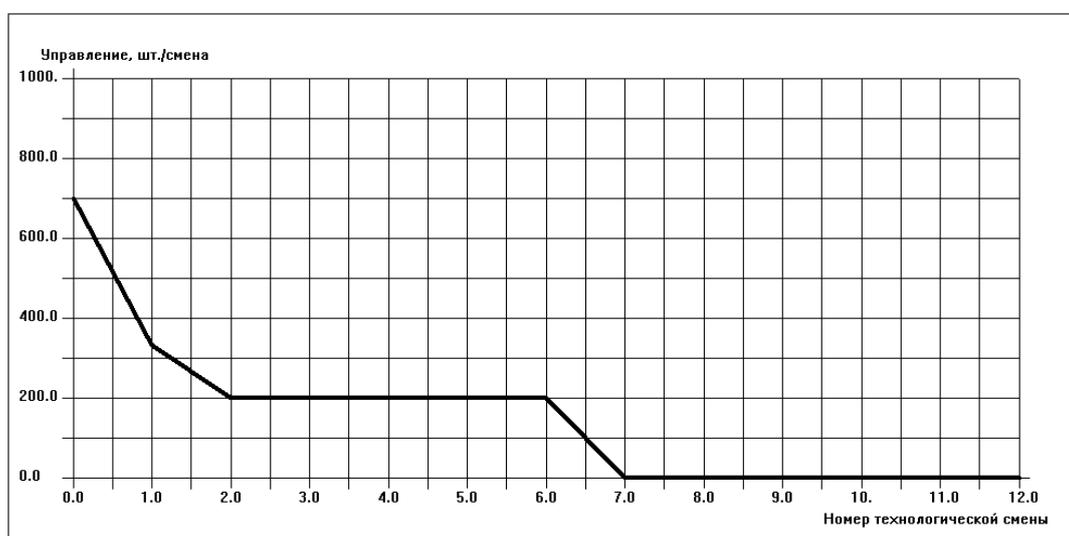


Рис.4. Динамика управления заделами для 3-й технологической операции

#### ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 3.1109.82 Термины и определения основных понятий. – М.: Госстандарт России, 2003. – 15 с.
2. ГОСТ 2.101.68 Виды изделий. – М.: Госстандарт России, 1995. – 3 с.
3. ГОСТ 15467.79 Управление качеством продукции. Основные понятия. Термины и определения. – М.: Госстандарт России, 2001. – 25 с.
4. Разумов И.М., Шухгалтер Л.Я. и др. Организация и планирование машиностроительного производства. – М.: Машиностроение, 1974. – 592 с.
5. ГОСТ 3.1121.84 Общие требования к комплектности и оформлению на типовые и групповые технологические процессы (операции). – М.: Госстандарт России, 2005. – 48 с.
6. Пигнастый О.М., Заруба В.Я. О взаимосвязи микро- и макроописания производственно-технических систем. // труды Международной научно-практической конференции Управление большими системами: – Москва ИПУ РАН, 2009. – 255–258 с.
7. Заруба В.Я., Пигнастый О.М. Энтропия технологического процесса // труды Международной научно-практической конференции Управление большими системами:.. – Москва, Том 2, 2011. – 145–148 с.
8. Первозванский А.А. Математические методы в управлении производством. – М.: Наука, 1975. – 616с.
9. Дыхта В.А., Самсонок О.Н. Оптимальное импульсное управление с приложениями. – М.: ФИЗМАТ ЛИТ, 2000. – 256 с.
10. Лавренко М., Листерник Л. Основы вариационного исчисления. Том 2– М.: Изд-во НКТП СССР, 1935. 399 с.
11. Бронштейн И.М., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Изд. Физ.-мат.лит, 1962. – 608 с.