УДК 658.51.012

ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ С МАССОВЫМ ВЫПУСКОМ ПРОДУКЦИИ

В.П. Демуцкий[1], О.М. Пигнастый[2], В.Д. Ходусов[1], М.Н. Азаренкова[1]
[1]*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина,*
Физико-технический факультет, 61108, Харьков, пр. Курчатова 31, demutskie@mail.ru,
[2]*НПФ Технология, 61170, Харьков, ул. Котлова 10/12, E-mail: techpom@online.kharkov.ua*
Поступила в редакцию 1 ноября 2006 г.

В микроскопическом описании представлено функционирование производственной системы с массовым выпуском продукции. Микроскопические величины определяют траектории базовых продуктов в рассматриваемом технологическом пространстве. Технология производства базового продукта задает центральную технологическую траекторию. Работа технологического оборудования представлена числовыми характеристиками стохастического процесса. Введен целевой функционал и построена целевая функция производственной системы. Определено уравнение центральной технологической траектории. Записаны уравнения Эйлера для центрального базового продукта производственной системы.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: синергетика, базовый продукт, микроскопическое описание, целевая функция, функция Лагранжа, уравнения Эйлера

Хорошо известно, что основные уравнения теории относительности [1], электродинамики, аналитической механики [2], термодинамики равновесных процессов, теории упругости, механики сплошной среды [3], ряда вопросов экономической теории [4] получаются при помощи вариационного принципа. Во многих современных физических теориях вариационный принцип представляет собою рабочий и, по существу, единственный рациональный аппарат исследования систем. При помощи вариационного принципа оказалось возможным объединить и синтезировать различные феноменологические и статистические методы в термодинамике, механике, теории больших систем. Анализ [1-4] показывает, что вариационный принцип может быть положен в основу построения не только физических, но и биологических, социологических, экономических моделей и теорий. В частности, в последнее время в мировой литературе появляется много теоретических работ, посвященных макроскопической теории функционирования социально-экономических систем, в рамках которой требуется выявить зависимость между микроскопическим поведением отдельного элемента системы и общим состоянием макропараметров системы [5]. Вопросам получения уравнений Эйлера, описывающих микроскопическое поведение элемента производственной системы, и посвящена настоящая работа.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Функционирование современного производства может быть представлено в виде стохастического процесса, в ходе которого производственная система переходит из одного состояния в другое. Состояние системы определяется как состояние общего числа базовых продуктов производственной системы [6 с.178]. Под базовым продуктом (или условным изделием [7 с.183]) понимается элемент производственной системы, на который происходит перенос стоимости живого труда, сырья, материалов и орудий труда в ходе его движения по операционной цепочке технологических карт. В ходе такого движения происходит превращение исходного сырья и материалов (межоперационной заготовки) в готовый продукт путем целенаправленного воздействия общественно-полезного труда. Состояние базового продукта в момент времени t может быть описано микроскопическими величинами в пространстве (S_j, μ_j) [8], где S_j (грн) и $\mu_j = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta S_j}{\Delta t}$ (грн/час) соответственно сумма общих затрат и затрат в единицу времени, перенесенные производственной системой на j-й базовый продукт, $0 < j \le N$. Микроскопические величины S_j и μ_j определяют технологические траектории базовых продуктов $S_j = S_j(t)$ в технологическом пространстве (S_j, μ_j). В ходе производственного процесса базовый продукт должен изготавливаться строго в соответствии с заданной технологией производства. Отклонение от технологии производственного процесса считается недопустимым, приводит к нежелательным результатам, влечет за собой брак. Технология производства базового продукта определяет средние значения и последовательность использования производственных ресурсов при переходе от одной технологической операции к другой. Каждая $m-$ая технологическая операция характеризуется средним использованием производственных ресурсов $\Delta S_{\psi m}$ (грн), необходимых для осуществления воздействия на базовый продукт и средней интенсивностью переноса данных ресурсов $k_{\psi m}$ (грн/час) производственным оборудованием на базовый продукт в соответствии с заданным технологическим процессом. Общая сумма средних затрат $\Delta S_{\psi m}$, перенесенных на базовый продукт на $m-$ой технологической операции с межоперационным заделом $N_{\psi m}$ может, быть представлена в виде суммы условно-переменных $\Delta S_{\psi Vm}$ (усредненных на единицу продукции затрат прямой заработной платы, расхода сырья, материалов, топлива, электроэнергии) и условно-постоянных $\Delta S_{\psi Cm}$ (усредненных на единицу времени затрат по амортизации оборудования, арендной платы, заработанной платы обслуживающего персонала, расходов, связанных с управлением и организацией производства) затрат [11 с.364]:

$$\Delta S_{\psi m} = \Delta S_{\psi Vm} + \Delta S_{\psi Cm} . \tag{1}$$

Такое деление затрат является условным и определяется особенностями технологии производства базового продукта и учетной политикой предприятия. Средняя интенсивность переноса условно-переменных затрат $k_{\psi V\,m}$ (грн/час) за среднее операционное время $\Delta\tau_{\psi Om}$ $m-$ой технологической операции определяется паспортными или фактически действующими характеристиками оборудования, а средняя интенсивность переноса условно-постоянных затрат $k_{\psi Cm}$ (грн/час) за среднее межоперационное время $\Delta\tau_{\psi Cm}$, в течение которого базовый продукт находится в межоперационном заделе между $(m-1)-$ой и $m-$ой технологической операцией, порядком разнесения затрат, утвержденным на предприятии. Определение межоперационного времени базового продукта $\Delta\tau_{\psi Cm}$ является наиболее сложным элементом в расчете длительности производственного цикла T_d и его часто устанавливают без должного обоснования [7]. Технологию производства базового продукта можно представить в виде центральной технологической траектории $S_\psi = S_\psi(t)$, определяющей среднюю величину и последовательность переноса ресурсов производственной системы на базовый продукт при его движении в технологическом пространстве (S,μ):

$$S_{\psi m} = \sum_{k=1}^{m} \Delta S_{\psi k} = \sum_{k=1}^{m} \Big(\alpha_{\psi Vm} \cdot k_{\psi Vm} \cdot \Delta\tau_{\psi Om} + \alpha_{\psi Cm} \cdot k_{\psi Cm} \cdot \Delta\tau_{\psi Cm} \Big), \tag{2}$$

где $\alpha_{\psi V\,m}$, $\alpha_{\psi C\,m}$ коэффициенты пропорциональности между интенсивностью переноса затрат производственным оборудованием на элементы производственной системы и интенсивностью потребления затрат базовым продуктом при его обработке на $m-$ой технологической операции. Для центральной технологической траектории справедливо соотношение

$$\Delta\tau_{\psi Om} + \Delta\tau_{\psi Cm} = \mathrm{N}_\psi \cdot \Delta\tau_{\psi Om} . \tag{3}$$

Тот факт, что $m-$ая технологической операция производственного процесса характеризуется только величинами $\Delta S_{\psi\,m}$ (грн) и $k_{\psi\,m}$ (грн/час), а не более высокими производными, является выражением утверждения, что состояние производственной системы предприятия полностью определяется знанием координат $S_j(t)$ (грн) и их скоростей изменения во времени $\mu_j(t)$ (грн/час) [8-10].

При исследовании поведения производственных систем будем исходить из вариационного принципа, полагая, что для каждой производственной системы существует целевой функционал

$$I = \int_0^{T_d} J(t, S_j(t), \mu_j(t)) \cdot dt , \tag{4}$$

определяемый конкретным технологическим процессом, который при движении базовых продуктов вдоль технологических траекторий имеет минимум. Из равенства нулю вариации δI следуют уравнения Эйлера, описывающее поведение j-го базового продукта в ходе процесса его технологической обработки

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial J}{\partial \mu_j} - \frac{\partial J}{\partial S_j} = 0 . \tag{5}$$

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Определим целевой функционал (4) для рассматриваемой производственной системы. Пусть в момент времени t_1 в окрестности $m-$ой технологической операции ($m=1,..,N_m$) на промежутке ΔS_ψ между двумя технологическими операциями находится определяемый технологическим процессом межоперационный задел N_ψ базовых продуктов, движущихся по технологическим траекториям $S_1(t)$, $S_2(t)$, …, $S_j(t)$, …, $S_{N_\psi}(t)$ (рис.1). На j-й базовый продукт, находящийся на $m-$ой технологической операции, воздействует технологическое оборудование с мгновенной интенсивностью передачи базовому продукту условно-переменных k_{jVm} и условно-постоянных k_{jCm} производственных ресурсов (рис.2). Временную ось разобьем на промежутки времени dt таким образом, чтобы они с одной стороны был много меньше характерного времени производственного цикла T_d, с другой стороны за это время можно осуществить большое количество технологических операций средней длительностью $\Delta\tau_{\psi Om}$

$$T_d \approx \sum_{m=1}^{N_m}\left(\Delta\tau_{\psi Om}+\Delta\tau_{\psi Cm}\right) >> \left(\Delta\tau_{\psi Om}+\Delta\tau_{\psi Cm}\right) \geq dt >> \Delta\tau_{\psi Om}\,. \quad (6)$$

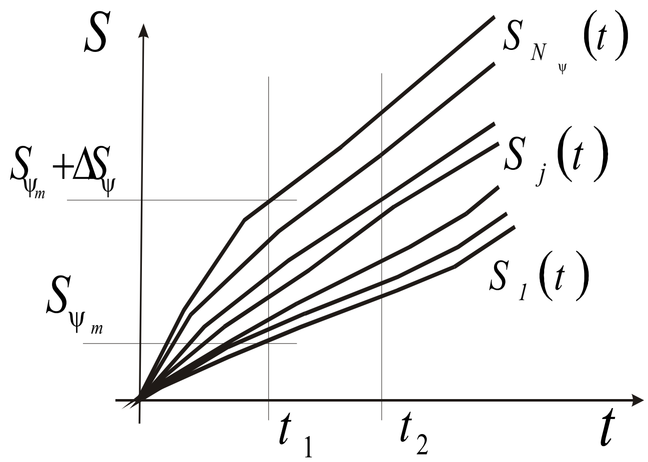

Рис.1. Технологические траектории базовых продуктов производственной системы

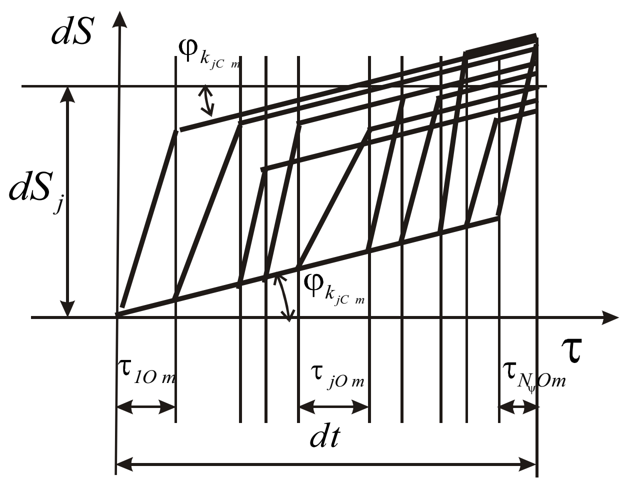

Рис.2. Технологические траектории базовых продуктов в окрестности $m-$ой технологической операцией

В производственной практике для изготовления продукта используют от несколько десятков до несколько тысяч технологических операций при норме межоперационных заделов до нескольких десятков тысяч. Интенсивность передачи условно-переменных производственных ресурсов $k_{jV\,m}$ является случайной величиной. Плотность распределения этой случайной величины и ее первые моменты определяются паспортными параметрами работы технологического оборудования $\psi_k\left(k,S_{\psi V}\right)$ с математическим ожиданием $k_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)$ и дисперсией $\left(\eta_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2$ и параметрами технологического процесса $\psi_\tau\left(\Delta\tau_O,S_{\psi V}\right)$ с математическим ожиданием $\Delta\tau_{\psi Om}\left(S_{\psi V}\right)$ и дисперсией $\left(\gamma_\psi\left(S_{\psi V}\right)\right)^2$ [8]:

$$\int_0^\infty \psi_k\left(k,S_{\psi V}\right)\cdot dk = 1, \qquad \int_0^\infty \psi_\tau\left(\Delta\tau_O,S_{\psi V}\right)\cdot d\left(\Delta\tau_O\right)=1, \quad (7)$$

$$\int_0^\infty \psi_k\left(k,S_{\psi V}\right)\cdot k\cdot dk = k_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right), \qquad \int_0^\infty \psi_\tau\left(\Delta\tau_O,S_{\psi V}\right)\cdot\Delta\tau_O\cdot d\left(\Delta\tau_O\right)=\Delta\tau_{\psi O\,m}\left(S_{\psi V}\right), \quad (8)$$

$$\int_0^\infty \psi_k\left(k,S_{\psi V}\right)\cdot(k)^2\cdot dk = \left(k_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2+\left(\eta_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2, \qquad \frac{\left(\eta_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2}{\left(k_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2} << 1, \quad (9)$$

$$\int_0^{\infty}\psi_\tau\left(\Delta\tau_O,S_{\psi V}\right)\cdot\left(\Delta\tau_O\right)^2\cdot d\Delta\tau_O=\left(\Delta\tau_{\psi Om}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2+\left(\gamma_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2, \qquad \frac{\left(\gamma_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2}{\left(\Delta\tau_{\psi Om}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2}<<1. \qquad (10)$$

Математическое ожидание $k_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)$ и дисперсия $\left(\eta_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2$ характеризуют плановый норматив расхода сырья и материалов и среднеквадратичное отклонение от планового норматива при выполнении $m-$ой технологической операции за среднее операционное время $\Delta\tau_{\psi O\ m}$.

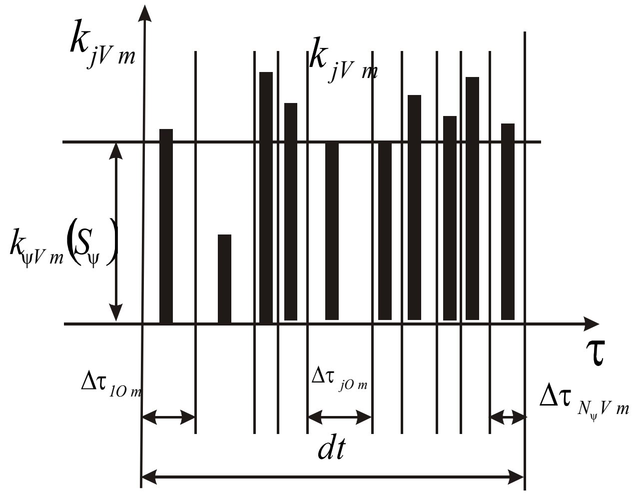

Рис.3. Мгновенная интенсивность передачи производственных ресурсов технологическим оборудованием $m-$ ой технологической операцией как функция операционного времени

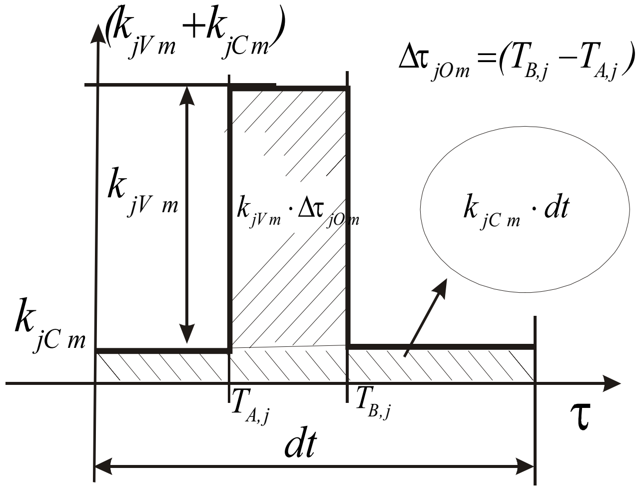

Рис.4. Мгновенная интенсивность передачи производственных ресурсов технологическим оборудованием $m-$ ой технологической операцией на j-й базовый продукт

Математическое ожидание $\Delta\tau_{\psi O\ m}$ и дисперсия $\left(\gamma_{\psi}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2$ характеризуют плановый норматив сменных норм на выполнение технологической операции и среднеквадратичное отклонение от планового норматива в зависимости от профессионализма и стажа работника, выполняющего данную технологическую операцию при плановом нормативе расхода сырья и материалов. Практика показывает, что для серийного и массового производства отклонения от норматива составляет до 10 процентов, что определяется техническими условиями на поставляемое сырье и материалы. Отклонение по фонду заработной платы разных работников на предприятии для одной и той же технологической операции составляет до 20 процентов. Откуда можно для практических оценок использовать

$$\left(\eta_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)/k_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2\approx 0{,}01<<1, \qquad \left(\gamma_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)/\Delta\tau_{\psi Om}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2\approx 0{,}04<<1. \qquad (11)$$

Приращение стоимости dS_j j-го базового продукта за время dt может быть выражено через мгновенную интенсивность передачи технологическим оборудованием условно-переменных k_{jVm} и мгновенной интенсивностью передачи технологической линией условно-постоянных k_{jCm} производственных ресурсов (затрат) (рис.3, 4):

$$dS_j\approx\alpha_{jV}(S_{\psi V})\cdot k_{jV}(S_{\psi V})\cdot\Delta\tau_{jO}(S_{\psi V})\cdot\varpi_j(S_{\psi V})+\alpha_{jC}(S_{\psi V})\cdot k_{jC}(S_{\psi V})\cdot dt. \qquad (12)$$

Вероятность события, заключающегося в том, что j-й базовый продукт прошел технологическую обработку на $m-$ ой технологической операции

$$\varpi_j(S_{\psi V})=\frac{dt}{\left(\Delta\tau_{\psi Om}+\Delta\tau_{\psi Cm}\right)}=\frac{dt}{N_\psi\cdot\Delta\tau_{\psi Om}} \qquad (13)$$

не зависит от номера базового продукта, а общее время нахождения базового продукта на $m-$ой технологической операции $\left(\Delta\tau_{\psi Om}+\Delta\tau_{\psi Cm}\right)$ может быть записано через среднее операционное время $\Delta\tau_{\psi Om}$ и межоперационный задел N_ψ базовых продуктов (3). Как правило, закон изменения мгновенной интенсивности передачи k_{Cm} и коэффициента использования $\alpha_C(S_{\psi V})$ технологическим оборудованием производственных ресурсов задается на расчетный период, который много больше характерного времени производственного цикла T_d изготовления базового продукта

$$\frac{k_{\psi m}}{T_d} >> \frac{dk_{\psi m}}{dt}, \qquad \frac{\alpha_{\psi Cm}}{T_d} >> \frac{d\alpha_{\psi Cm}}{dt}, \tag{14}$$

что позволяет считать не зависимыми от времени.

Тогда заказ в количестве N_p >>1 базовых продуктов за промежуток времени $dt = (t_2 - t_1)$ переместится вдоль своих технологических траекторий $S_j(t)$ на $m-$ой технологической операции и получит приращение перенесенной стоимости производственных ресурсов (рис. 2)

$$dS = \sum_{j=1}^{N_p} dS_j(t) \tag{15}$$

при суммарном переносе производственных ресурсов технологическим оборудованием на базовые продукты (рис.3, 4):

$$\sum_{j=1}^{N_p} dS_j(t) = \alpha_{\psi V}(S_{\psi V}) \cdot \sum_{j=1}^{N_p} k_{jV}(S_{\psi V}) \cdot \Delta\tau_{jO}(S_{\psi V}) \cdot \varpi_j(S_{\psi V}) + N_p \cdot \alpha_{\psi C}(S_{\psi V}) \cdot k_C(S_{\psi V}) \cdot dt. \tag{16}$$

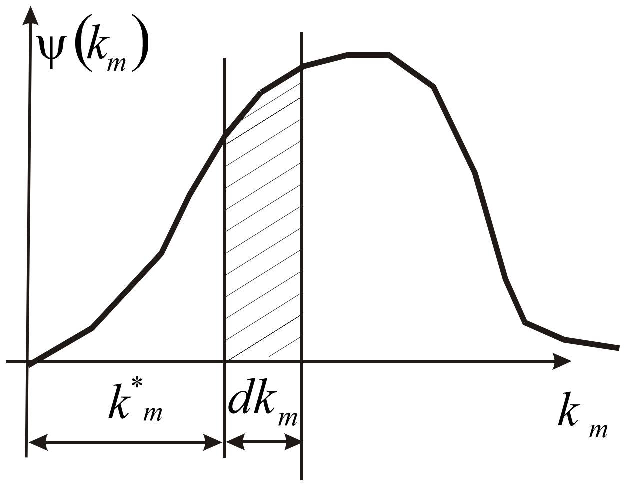

Рис.5. Плотность распределения интенсивности передачи производственных ресурсов технологическим оборудованием для $m-$ой технологической операции

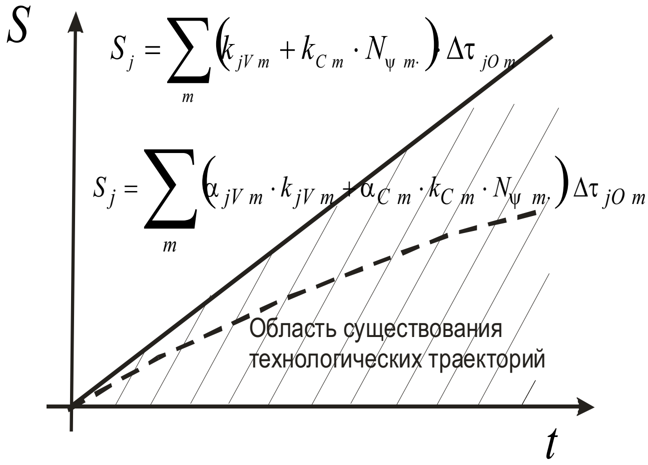

Рис.6. Область существования технологических траекторий базовых продуктов производственной системы

Коэффициенты пропорциональности $\alpha_{\psi V}(S_{\psi V})$, $\alpha_{\psi C}(S_{\psi V})$ между заданной интенсивностью переноса затрат производственным оборудованием на элементы производственной системы и интенсивностью потребления затрат отдельным базовым продуктом при его обработке на $m-$ой технологической операции определяются потерями непроизводственного характера и составляют общецеховые условно-постоянные накладные расходы dS_z, не относящиеся к конкретной технологической операции. Усредненные коэффициенты пропорциональности $\alpha_{\psi V}(S_{\psi V})$, $\alpha_{\psi C}(S_{\psi V})$ задаются, например, функциями от оптимальных фактических раскроев материала, КПД передачи энергоносителей к базовому продукту на технологической операции и т.д. и удовлетворяют равенству

$$dS_z + \sum_{j=1}^{N_p} dS_j(t) = \sum_{j=1}^{N_p} k_{jV}(S_{\psi V}) \cdot \Delta\tau_{jO}(S_{\psi V}) \cdot \varpi_j(S_{\psi V}) + N_p \cdot k_C(S_{\psi V}) \cdot dt, \tag{17}$$

а отношение

$$\sum_{j=1}^{N_p} dS_j(t) \Big/ \sum_{j=1}^{N_p} k_{jV}(S_{\psi V}) \cdot \Delta\tau_{jO}(S_{\psi V}) \cdot \varpi_j(S_{\psi V}) + N_p \cdot k_C(S_{\psi V}) \cdot dt = \eta_S \qquad (18)$$

есть не что иное, как коэффициент использования ресурсов в производственном процессе. Таким образом, при движении вдоль технологической траектории для базового продукта должно выполняться неравенство (рис.6)

$$dS_j - k_{jV}(S_{\psi V}) \cdot \Delta\tau_{jO}(S_{\psi V}) \cdot \varpi_j(S_{\psi V}) - k_C(S_{\psi V}) \cdot dt \le 0\,, \qquad (19)$$

причем равенство выполняется только при полном потреблении базовым продуктом производственных ресурсов, переданных технологическим оборудованием, т.е. при

$$\alpha_{\psi V}(S_{\psi V}) = 1, \qquad \alpha_{\psi C}(S_{\psi V}) = 1. \qquad (20)$$

Целевую функцию производственной системы будем строить из требования, чтобы производственные ресурсы, передаваемые технологическим оборудованием с мгновенной интенсивностью передачи условно-переменных $k_{jV\,m}$ и условно-постоянных k_{jCm} производственных ресурсов, полностью переносились на $j-ый$ базовый продукт в соответствии с заданным технологическим процессом

$$d\Omega_j = dS_j - \alpha_{jV}(S_{\psi V}) \cdot k_{jV}(S_{\psi V}) \cdot \Delta\tau_{jO}(S_{\psi V}) \cdot \varpi_j(S_{\psi V}) - \alpha_C(S_{\psi V}) \cdot k_C(S_{\psi V}) \cdot dt\,. \qquad (21)$$

Производственный процесс должен быть поставлен таким образом, чтобы фактические значения скорости изменения затрат $\frac{dS_j}{dt}$, потребляемых $j-ым$ базовым продуктом, были близки к заданным технологическим процессом значениям передачи производственных ресурсов от технологического оборудования к базовому продукту. При отклонениях $\frac{d\Omega_j}{dt}$ от нуля, производство осуществляется с отклонением от технологического процесса, что является недопустимым, ведет к увеличению объема бракованной продукции, перебоям в производственном процессе и другим нежелательным явлениям. В связи с этим будем требовать для производственного процесса минимум отклонений $\frac{d\Omega_j}{dt}$ от нулевого значения, что обеспечивается на практике взаимодействием службы главного технолога и службы контроля качества.

ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Так как работа технологического оборудования определяется тремя первыми моментами (7,8,9,10) функций технологического процесса $\psi_k\left(k\ ,S_{\psi V}\right)$ и $\psi_\tau\left(\Delta\tau_O, S_{\psi V}\right)$, то целесообразно целевой функционал производственной системы представить в виде квадратичной формы

$$J(t,S_j,\mu_j) = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{T_d} \sum_{j=1}^{N_p} \left(\mu_j - \alpha_{jV}(S_{\psi V}) \cdot k_{jV}(S_{\psi V}) \cdot \Delta\tau_{jO}(S_{\psi V}) \cdot \frac{1}{N_\psi \cdot \Delta\tau_{\psi O\,m}} - \alpha_{\psi C}(S_{\psi V}) \cdot k_{\psi C}(S_{\psi V}) \right)^2 dt, \qquad (22)$$

представляющей собою сумму квадратов отклонений от заданных значений переноса ресурсов в единицу времени в соответствии со строго определенным технологическим процессом. Случайные величины $k_{jV}(S_{\psi V})$, $\Delta\tau_{jO}(S_{\psi V})$, соответствующие обработке $j-$го базового продукта на $m-$ой технологической операции не коррелированны между собою [12 с.33]. При $N_p >> 1$ с учетом членов второго порядка малости (11) справедливо выражение для целевой функции

$$J(t,S_j,\mu_j) = \sum_{j=1}^{N_p} \frac{\mu_j^2}{2} + F_{1\psi}(S_{\psi V}) \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \mu_j - W_{0\psi}(S_{\psi V})\,, \qquad (23)$$

где $$F_{1\psi}(S_{\psi V}) = -\frac{1}{N_\psi} \cdot \alpha_{\psi V}(S_{\psi V}) \cdot k_{\psi V}(S_{\psi V}) - \alpha_{\psi C}(S_{\psi V}) \cdot k_{\psi C}(S_{\psi V})\,, \qquad (24)$$

$$W_{0\psi}(S_{\psi V}) = -\left(F_{1\psi}(S_{\psi V})\right)^2 - \frac{\left(\gamma_\psi\left(S_{\psi V}\right)\right)^2}{2 \cdot N_p} \cdot \left(\frac{\alpha_{\psi V}(S_{\psi V}) \cdot k_{\psi V}(S_{\psi V})}{\Delta\tau_{\psi O\,m}} \cdot \frac{N_p}{N_\psi} \right)^2 - \frac{\left(\eta_{\psi V}\left(S_{\psi V}\right)\right)^2}{2 \cdot N_p} \cdot \left(\alpha_{\psi V}(S_{\psi V}) \cdot \frac{N_p}{N_\psi} \right)^2. \qquad (25)$$

Коэффициент использования оборудованием условно-переменных производственных ресурсов $\alpha_{jV}(S_{\psi V})$ взят детерминированным

$$\alpha_{jV}(S_{\psi V})=\alpha_{\psi V}(S_{\psi V}). \tag{26}$$

Функция $W_{0\psi}(S_{\psi V})$ представляет собою производственный потенциал предприятия, создает технологическое поле производственного процесса. Данное поле задается непосредственно условно-переменными и условно-постоянными затратами предприятия.

Вариация функционала (22) дает уравнения Эйлера (6) для движения базового продукта вдоль технологических траекторий. Целевая функция (23) производственной системы имеет по форме такой же вид, как функция Лагранжа в физике, используемая при описании движения заряженных частиц во внешнем электромагнитном поле [1]. Так как воздействие производственного поля (работа оборудования, обслуживающего персонала и т.д.) не зависит от состояния конкретного базового продукта $\partial J(t,S_j,\mu_j)/\partial S_j=0$, то производственная система, описываемая целевой функцией (23) допускает N_p интегралов движения

$$\partial J(t,S_j,\mu_j)/\partial\mu_j=\mu_j+F_{1\psi}(S_{\psi V})=P_j, \tag{27}$$

соответствующих N_p циклическим координатам S_j. Из того факта, что базовые продукты идентичны, следует $P_j=P$. Если целевая функция (23) не зависит явно от времени, то партия из N_p базовых продуктов допускает еще один интеграл движения

$$H=\sum_{1}^{N_p}\mu_j\cdot\frac{\partial J(,S_j,\mu_j)}{\partial\mu_j}-J(,S_j,\mu_j)=\sum_{j=1}^{N_p}\frac{\mu_j^{\,2}}{2}+W_{0\psi}(S_{\psi V})=const. \tag{28}$$

УРАВНЕНИЕ ЭЙЛЕРА ДЛЯ ЦЕНТРАЛЬНОГО БАЗОВОГО ПРОДУКТА ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Для описания поведения партии базовых продуктов введем среднюю скорость изменения затрат

$$\mu_\psi=\frac{1}{N_p}\sum_{j=1}^{N_p}\mu_j, \tag{29}$$

описывающую поведение центрального базового продукта. Скорость изменения затрат для j – го базового продукта может быть записана через скорость изменения затрат центрального базового продукта μ_ψ и отклонение скорости изменения затрат j – го базового продукта от скорости изменения затрат центрального базового продукта $\Delta\mu_j$:

$$\mu_j=\mu_\psi+\Delta\mu_j, \qquad \frac{1}{N_p}\sum_{j=1}^{N_p}\Delta\mu_j=0. \tag{30}$$

Левая часть (29) может быть записана как полная производная по времени от выражения

$$S_\psi=\frac{1}{N_p}\sum_{j=1}^{N_p}S_j, \tag{31}$$

представляющего собой место нахождения центрального базового продукта. Сумма квадратов отклонений $\Delta\mu_j$ может быть выражена через среднеквадратичное отклонение скорости изменения затрат партии базовых продуктов от своего среднего значения

$$\sigma_\psi^{\,2}=\frac{2}{N_p}\cdot\sum_{j=1}^{N_p}\frac{(\Delta\mu_j)^2}{2}, \qquad \frac{\sigma_\psi^{\,2}}{\mu_\psi^{\,2}}<<1. \tag{32}$$

Мгновенная интенсивность передачи условно-переменных затрат $k_{jV\,m}$ выражается через производительность работы технологического оборудования $[\chi]_{1\psi}$ и межоперационные заделы $[\chi]_0$

$$k_{\psi V}(S_{\psi V}) = [\chi]_{1\psi} \cdot \Delta S_{\psi}(S_{\psi V}) = \frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0} \cdot N_{\psi} . \tag{33}$$

Тогда целевая функция производственной системы может быть представлена в виде слагаемых нулевого и второго порядков малости

$$J(S_j, \mu_j) = J_0(S_\psi, \mu_\psi) + J_2(\Delta S_\psi, \sigma_\psi),$$

$$J_0(S_\psi, \mu_\psi) = N_p \cdot \frac{\mu_\psi^{\ 2}}{2} + N_p \cdot F_{1\psi}(S_{\psi V}) \cdot \mu_\psi + \frac{N_p}{2} \cdot \left(F_{1\psi}(S_{\psi V})\right)^2, \tag{34}$$

$$J_2(\Delta S_\psi, \sigma_\psi) = N_p \cdot \frac{\sigma_\psi^{\ 2}}{2} + \frac{N_p}{2} \cdot \left(\alpha_{\psi V}(S_{\psi V}) \cdot \frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0}\right)^2 \cdot \left(\left(\frac{\gamma_\psi(S_{\psi V})}{\Delta\tau_{\psi O\,m}}\right)^2 + \left(\frac{\eta_{\psi V}(S_{\psi V})}{k_{\psi V}(S_{\psi V})}\right)^2\right), \tag{35}$$

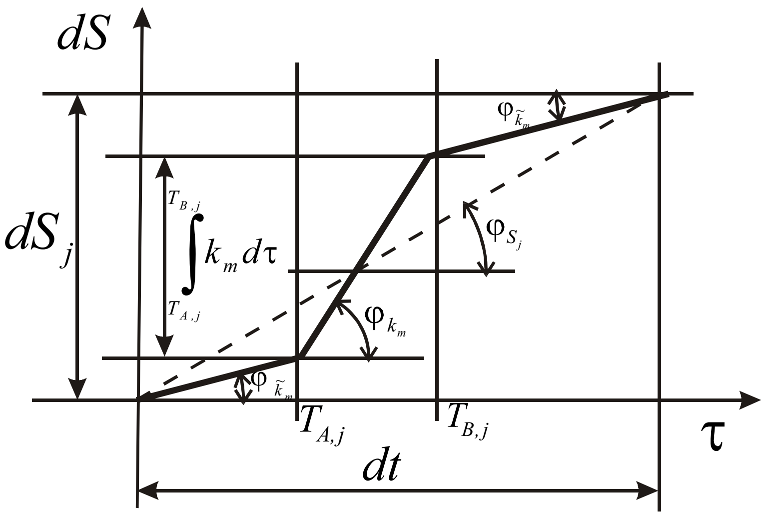

Рис.7. Приращение стоимости dS_j j -го базового продукта на $m-$ ой технологической операции

где первое слагаемое $J_0(S_\psi, \mu_\psi)$ описывает поведение центрального продукта партии, находящейся в производственном процессе, второе слагаемое $J_2(\Delta S_\psi, \sigma_\psi)$ описывает отклонение «условной границы» партии от положения центрального базового продукта. Будем полагать, что число базовых продуктов в партии есть величина постоянная $N_p = const$.

Как известно [1], умножение целевой функции на постоянную не отражается на уравнениях движения системы и целевую функцию производственной системы можно представить в виде

$$J_{\psi 0}(S_\psi, \mu_\psi) = \frac{1}{2} \cdot \left(\mu_\psi + F_{1\psi}(S_{\psi V})\right)^2, \tag{36}$$

$$J_{\psi 2}(\Delta S_\psi, \sigma_\psi) = \frac{\sigma_\psi^{\ 2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\alpha_{\psi V}(S_{\psi V}) \cdot \frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0}\right)^2 \cdot \left(\left(\frac{\gamma_\psi(S_{\psi V})}{\Delta\tau_{\psi O\,m}}\right)^2 + \left(\frac{\eta_{\psi V}(S_{\psi V})}{k_{\psi V}(S_{\psi V})}\right)^2\right) \tag{37}$$

с уравнениями Эйлера (6)

$$\frac{d\mu_\psi}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial S_{\psi V}} \left(F_{1\psi}(S_{\psi V})\right)^2 \tag{38}$$

$$\frac{d\sigma_\psi}{dt} = 0, \qquad \frac{d(\Delta S_\psi)}{dt} = \sigma_\psi = \alpha_{\psi V}(S_{\psi V}) \cdot \frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0} \cdot \sqrt{\left(\frac{\gamma_\psi(S_{\psi V})}{\Delta\tau_{\psi O\,m}}\right)^2 + \left(\frac{\eta_{\psi V}(S_{\psi V})}{k_{\psi V}(S_{\psi V})}\right)^2} . \tag{39}$$

Интеграл движения (28) также может быть записан в виде двух слагаемых нулевого и второго порядка малости

$$H = H_0 + H_2 = const, \tag{40}$$

$$H_0 = N_p \cdot \frac{\mu_\psi{}^2}{2} + F_{0\psi}(S_{\psi V}) = C_0, \quad H_2 = N_p \cdot \frac{\sigma_\psi{}^2}{2} + \Phi_{0\psi}(S_{\psi V}) = C_2, \tag{41}$$

откуда

$$\mu_\psi = \sqrt{\frac{2}{N_p} \cdot \left[C_0 - F_{0\psi}(S_{\psi V})\right]}, \qquad \sigma_\psi = \sqrt{\frac{2}{N_p} \cdot \left[C_2 - \Phi_{0\psi}(S_{\psi V})\right]}. \tag{42}$$

В теоретической механике целевую функцию, обеспечивающую равенство нулю вариации целевого функционала, называют функцией Лагранжа.

ВЫВОДЫ

С использованием вариационного принципа записана целевая функция для базовых продуктов производственной системы. Определены слагаемые целевой функции, характеризующие технологическое поле оборудования и собственные свойства базового продукта. Записаны первые интегралы движения базового продукта вдоль технологической цепочки. Определены свойства целевой функции для базовых продуктов производственной системы.

Материалы работы проработаны в рамках совместных семинаров кафедр «Экономической кибернетики и прикладной экономики», «Теоретической ядерной Физики» ХНУ им. В.Н. Каразина и Производственного Отдела НПФ Технология ООО г. Харьков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: Наука, 1988. –512с.
2. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. – М.: Наука, 1966. –300с.
3. Седов Л.И. Механика сплошной среды, т.1 – М.: Наука, 1973. –536с.
4. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Прогресс, 1975. – 605с.
5. Занг З.В.-Б. Синергетическая экономика. – М.: Мир, 1999. –335с.
6. Прыткин Б.В. Технико-экономический анализ производства. – М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2000. –399с.
7. Летенко В.А., Родионов Б.Н. Организация, планирование и управление машиностроительным предприятием. Ч.2, Внутризаводское планирование. – М.:Высшая школа, 1979. – 232с.
8. Демуцкий В.П., Пигнастая В.С., Пигнастый О.М. Стохастическое описание экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции // Доповіді Національної академії наук України. - 2005. –№7 – С.66–71.
9. Шананин А.А. Обобщенная модель чистой отрасли производства // Математическое моделирование. – 1997. – №9. – С.117–127.
10. Бессонов В.А., Иванилов И.П. Темповые производственные зависимости с ограниченным эффективным множеством // Доклады Академии наук СССР. – 1989. – №5. – С.1033–1036.
11. Савицкая Г.В. Анализ хозяйственной деятельности предприятия. - М: Новое знание, 2002. – 704с.
12. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Высш. шк., 2000. –383с.

AIMED FUNCTION OF MANUFACTURING SYSTEM WITH MASS PRODUCT OUTPUT

V.P. Demutsky[1], O.M. Pignasty[2], V.D. Khodusov[1], M.N. Azarenkova[1]
[1] *V.N. Karazin Kharkov National University , Dept. of Physics and Technology. 31 Kurchatov, 61108 Kharkov,Ukraine*
E-mail: demutskie@mail.ru,
[2]*NPF Technology, 10/12 Kotlova st., 61170, Kharkov,Ukraine.*
E-mail: techpom@online.kharkov.ua

The functioning industrial system with mass output is submitted in the microscopic description. Microscopic velues define trajectories of base products in considered technological space. Production technology of a base product sets the central technological trajectory. Work of technological equipment is submitted by numerical characteristics of stochastic process. The aimed funtional is introduced and aimed function of production system is constructed. The equation of the central technological trajectory is determined. Euler's equations for the central base product of industrial system are written.

KEYWORDS: synergetic, base product, the microscopic description, aimed function, Lagrange's function, Euler's equations.