

УДК 62.505

О.П. ЛАСКУРИК, НТУ «ХПІ», Харків, Україна

О.С. КУЦЕНКО, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПІ», Харків, Україна

Аналіз множинних перехідних процесів стійких динамічних систем методом еліпсоїдів

Практичні задачі динаміки керованих процесів та інші прикладні задачі потребують кількісної оцінки можливих областей відхилень фазових координат від положення рівноваги для стійких систем на заданому часовому інтервалі.

Слід зазначити, що множинний підхід до аналізу керованих динамічних систем досить глибоко був розглянутий у роботах О.Б. Куржанського [1], Ф.Л. Черноуська [2], О.А. Красовського [3]. Питання еволюції множини рішень системи лінійних однорідних диференціальних рівнянь за еліпсоїдальної області початкових значень розглянуті в [4] і [2].

Розглянемо лінійну стаціонарну систему виду

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in R^n, \quad (1)$$

де A – $n \times n$ гурвицева матриця.

Нехай також задано дві компактних підмножини $G_{t_0} \subset R^n$ и $G_T \subset R^n$. Нехай всі інтегральні криві системи (1), що починаються при $t = t_0$ на множині G_{t_0} , не виходять за межі множини G_T при $t \in [t_0, t_0 + T]$.

Зафіксуємо t_0 та G_{t_0} і побудуємо множини G_t , що представляє собою множини точок всіх траєкторій системи (1) в момент $t_0 + t$, що починається на множині G_{t_0} . Множини траєкторій розв'язку системи (1) в $n+1$ -мірному просторі утворює деяку трубку L , січна якої перпендикулярна осі часу і являє собою область G_t (рис. 1).

Еволюція області G_t в часі визначає макроскопічне поведіння ансамблю траєкторій динамічної системи і складається з безлічі мікроскопічних траєкторій рішень диференціального рівняння, отриманих для кожного $x(t_0) \in G_{t_0}$. Таке уявлення поведінки динамічної системи дозволяє шляхом введення числових характеристик перерізів G_t трубки L і всієї L в цілому отримати кількісні оцінки, що характеризують здатність стійкої динамічної системи досягати положення рівноваги.

На жаль, для області G_{t_0} довільної конфігурації визначення її максимального лінійного розміру в процесі руху системи до положення рівноваги в загальному випадку не є можливим. Це призводить до необхідності розглядати спеціальні класи областей в n -мірному просторі, які дозволяють досить легко визначати лінійні розміри області і знаходити їх максимальні значення. Найбільш зручними в цьому відношенні слід вважати багатовимірні еліпсоїди [2].

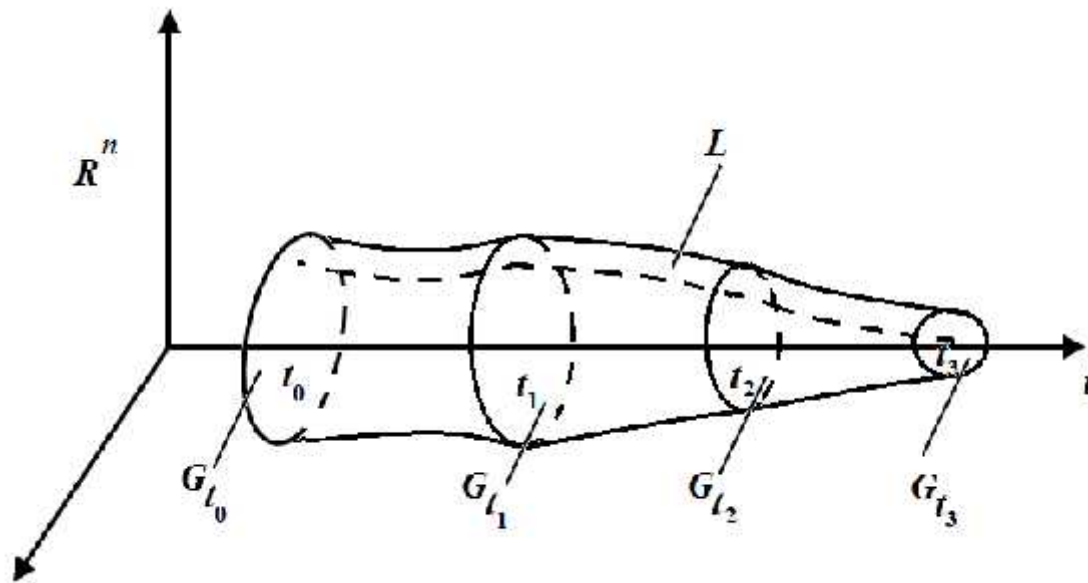


Рис. 1 – Еволюція контрольної області
Проведемо дослідження еволюції області G_{t_0} у вигляді еліпсоїда

$$G_{t_0} = \{x | x^T Q^{-1} x \leq 1\},$$

відповідно до рішення системи (1), де Q – деяка Сильвестрова симетрична матриця. В окремому випадку ця матриця може бути прийнята одиничною, тобто G_{t_0} – сферична область.

В роботі [2] показано, що область G_t також є еліпсоїдом:

$$G_t = \{x | x^T R(t)^{-1} x \leq 1\},$$

де матриця $R(t)$ є рішенням матричного диференціального рівняння

$$\dot{R} = AR + RA^T, \quad R(0) = Q. \quad (2)$$

В роботі запропоновано аналітичне рішення рівняння (2), яке засноване на спектральному зображенні оператора

$$\hat{A}(R) = AR + RA^T.$$

Список літератури:

1. Куржанский, А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности/ А. Б.Куржанский // М.: Наука. – 1977. – 392 с.
2. Черноусько, Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем/ Ф. Л.Черноусько // М.: Наука. – 1988. – 319 с.
3. Красовский, А. А. Фазовое пространство и статическая теория динамических систем/ А. А.Красовский // М.:Наука. – 1974. – 232 с.
4. Зубов, И. В. Математические методы исследования систем автоматического регулирования/ И. В.Зубов // Л.: Судпромгиз. – 1959. – 324 с.