

Г.Ю. ІГНАТЕНКО, В.П. СЕВЕРИН, докт. техн. наук, професор

Розробка матричних методів та програм для аналізу динамічних систем

Останнім часом досить інтенсивно розвиваються дослідження складних багатокомпонентних динамічних систем у різноманітних областях науки. Ці дослідження стимулювалися не стільки абстрактним жаданням пізнання світу, скільки сповна конкретними причинами, пов'язаними з необхідністю цілеспрямовано управляти такими системами [1-2]. Динамічні системи знайшли широке вживання в різних областях людської діяльності. Вони характеризуються залежністю змінних від часу, а також залежністю вихідного сигналу в окремі моменти часу від передісторії вхідного. Динамічні моделі, описані диференціальними рівняннями, є найбільш поширеним типом моделей. Однією з основних проблем динамічних систем є проблема обчислення показників якості, які дозволяють провести їх аналіз [3].

Мета роботи полягає в розробці матричних методів та програм для аналізу нелінійних динамічних систем на основі обчислених прямих показників якості.

В ході виконання роботи розглянуті нелінійна модель Гудвіна та нелінійна модель «хижак-жертва». Модель Гудвіна використовується для пояснення природи економічних циклів та враховує запізнення в національному доході та в індукованих інвестиціях з нелінійним акселератором [1]:

$$\begin{cases} \frac{dY}{dt} = \frac{1}{\tau}(-sY + C_{\min} + A_0 + I_{ind}), \\ \frac{dI_{ind}}{dt} = -\frac{1}{\tau_i} \left(I_{ind} - r\psi \left(\frac{dY}{dt} \right) \right), \end{cases}$$

з початковими умовами $Y(0) = Y_0$, $I_{ind}(0) = 0$.

Модель «хижак-жертва», яку вперше вивчали Лотка і Вольтера, знайшла широке застосування в біології, а також в інших науках, в тому числі і в економіці. Вона складається з двох диференціальних рівнянь вигляду:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = \alpha r - \beta r f, \\ \frac{df}{dt} = -\gamma f + \delta r f, \end{cases}$$

де $r(t)$ – популяція жертв, $f(t)$ – популяція хижаків, що вважаються невід'ємними, і всі коефіцієнти $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – додатні числа.

В ході аналізу процесів моделі Гудвіна та «хижак-жертва» обчислені прямі показники якості, такі як максимальне відхилення перехідного процесу, розмах коливань та масив моментів часу та екстремумів. Також побудовані перехідні процеси моделей. Процес моделі Гудвіна має коливальний характер. Час встановлення процесу не визначено тому, що процес нескінченний. Графік перехідного процесу наведено на рис. 1.

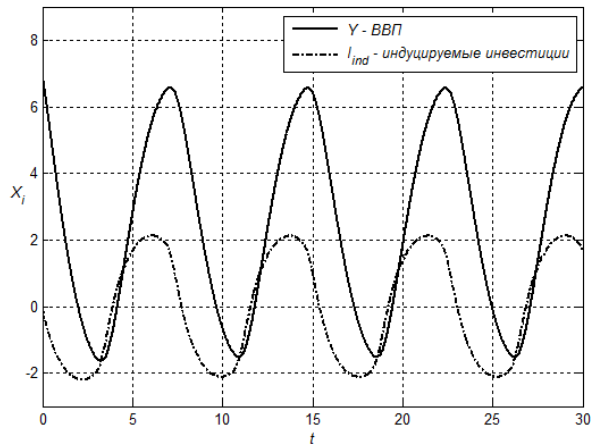


Рис. 1 – Графік переходного процесу моделі Гудвіна

Процес моделі «хижак-жертва» також має коливальний характер. Графік переходного процесу наведено на рис. 2.

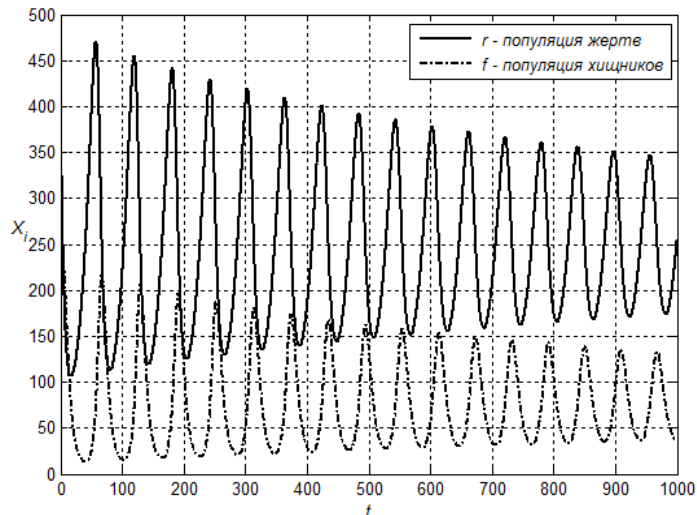


Рис. 2 – Графік переходного процесу моделі «хижак-жертва»

У даній роботі розроблені алгоритми чисельних методів інтегрування систем диференціальних рівнянь для обчислення переходних процесів в динамічних системах та виконано аналіз нелінійних динамічних систем на основі обчислення прямих показників якості.

Список літератури:

1. Антонова, А. О. Математические методы экономической динамики / А. О. Антонова // Теория и методические указания. – 2006. - №7 - С. 9-42.
2. Кудряшов, Н. А. Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений / Н. А. Кудряшов // Москва-Ижевск: институт компьютерных исследований. 2004. - №10.- С. 221-260.
3. Королев, В. К. Сравнение некоторых методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений / В. К. Королев // Вычислительные системы. - 1975.-№ 3. - С. 108-117.