УДК 62-52

М. С. ПОГРИБНЯК

Дифференциальные преобразования для анализа и синтеза динамических нелинейных систем

Интегральные преобразования Лапласа и Фурье получили широкое распространение в электротехнике, автоматике, механике и других науках. Это связано с переходом от дифференциальных уравнений к более простым алгебраическим. Но использование этих методов к анализу динамических систем с нелинейными характеристиками не даст особых преимуществ по сравнению с прямыми численными методами.

Дифференциальные преобразования, целесообразно использовать потому, что они позволяют эффективно решать интегро-дифференциальные уравнения. Преобразования Тейлора позволяют осуществить анализ как линейных, так и нелинейных систем. Их особенностью является то, что в отличие от преобразований Лапласа, Фурье и других переход от оригиналов к изображением выполняют с помощью операций дифференцирования, а не интегрирования.

Дифференциальные Т-преобразования представляются в виде соответствующей пары зависимостей [1,2]:

$$X(k) = \frac{H^k}{k!}\left(\frac{\partial^k x(t)}{\partial t^k}\right)_{t=0} \leftrightarrow x(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^k X(k).$$

Величины изображающих функций *x(k,t)* и *X(k)* при конкретных значениях аргумента k называются дискретами. Знак ↔ - символ соответствия между оригиналом x(t) и изображениями *x(k,t)* и *X(k).* Поскольку восстановление оригинала при посредстве степенного ряда Тейлора, изображения *x(k,t)* и *X(k)* называются Т-дискретами или Т-функциями.

При решении нелинейных дифференциальных уравнений методами Т-преобразований возникает задача нахождения изображений соответствующих нелинейных зависимостей. Характер нелинейности обуславливает применение для этой цели различных методов: метода, основанного на суперпозиции Т-функции, метода эквивалентных изображающих уравнений и метода кусочной аппроксимации.

Разработка программных модулей реализации дифференциальных Т-преобразований в наиболее распространенных системах автоматизированного математического проектирования (MathCAD, MatLab, Scilab и т.п.) позволит расширить возможности применения дифференциальных Т-преобразований в практике анализа и синтеза динамических нелинейных систем.

Для определения синтаксиса Т-преобразований элементарных и специальных функций в автоматизированной системы математического проектирования MathCAD (что будет актуально и для других систем), разработаны формы Бэкуса - Наура, представленные на рис. 1 и рис. 2.

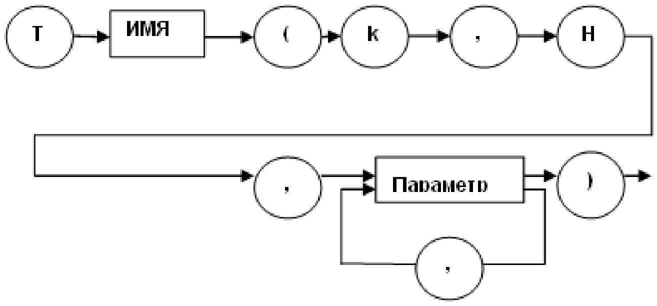

Рис. 1 – Диаграмма Бэкуса-Наура для прямых Т-преобразований

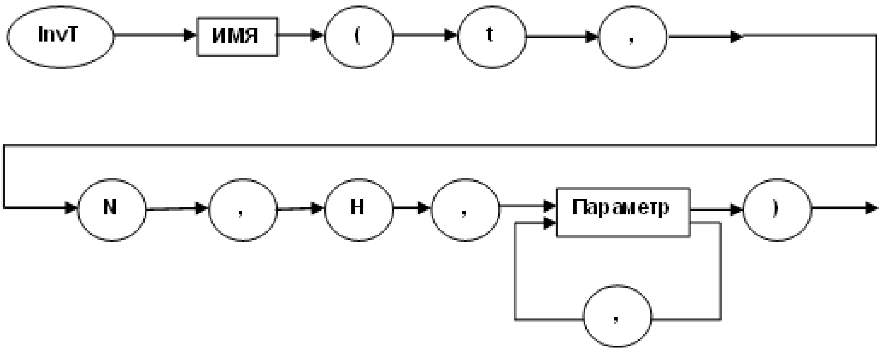

Рис. 2 – Диаграмма Бэкуса-Наура для обратных Т-преобразований

Т – префикс, который означает прямое преобразование Тейлора;

ИМЯ – название функции согласно синтаксису системы автоматизированного математического проектирования;

к – дискретный целочисленный аргумент, к = 0,1,2…;

Н – масштабная постоянная, размерность которой та же, что и аргумента *t*, выбирается, как правило, равной отрезку $0 \leq t \leq H$, на котором рассматривается функция оригинал *x(t)*;

Параметр – параметр функции;

InvT – префикс, который обозначает обратное преобразование Тейлора;

t – основной аргумент;

N–число членов разложения в ряд Тейлора.

На основе разработанных диаграмм Бэкуса-Наура и согласно синтаксису автоматизированной системы математического проектирования MathCAD были описаны Т-спектры элементарных функций и добавлены некоторые специальные функции. Некоторые из них приведены ниже.

Биноминальная $B_m(\lambda t)$

$$B_m(k, m, H, l) = \sum_{l=0}^{m} \frac{m!}{(l!)(m-l)!} H^l \upsilon(k-1)$$

Логарифмическая Ln(1+x)

$$Tln1 = \frac{(-1)^{k-1} \cdot x^k}{k!} \cdot \frac{H^k}{k!}$$

Список литературы:

1. *Пухов Г.Е.* Преобразования Тейлора и их применение в электротехнике и электронике // «Наук. думка». - Киев, 1978.-259 с.

2. *Пухов Г. Е.* Дифференциальный анализ электрических цепей // «Наук. думка». - Киев, 1982 – 496 с.