УДК 629.7.05

***Г.Ю. ЗЯГУН*, *Ю.А. ПЛАКСІЙ***, канд. техн. наук, доцент

## Дослідження точності степеневих алгоритмів визначення орієнтації за допомогою еталонних тригонометричних моделей

Розглядається задача оцінювання точності визначення орієнтації в безплатформених інерціальних навігаційних системах (БІНС) за допомогою спеціальних алгоритмів, орієнтованих на використання первинної інформації про обертання об'єкта на такті обчислень $[t_{n-1}, t_n]$ у вигляді квазікоординат [1]:

$$\theta^*_{ni} = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_i \, dt, i = 1,2,3, \tag{1}$$

де $\omega_i, i = 1,2,3$ – проекції вектора абсолютної кутової швидкості об'єкта $\vec{\omega}$ на зв'язані осі. Оскільки алгоритми визначення орієнтації в БІНС відтворюють цифровий образ інерціального тріедра осей в бортовому обчислювачі, тобто відіграють роль "аналітичної платформи" [2], питання отримання коректних оцінок точності цих алгоритмів і визначення найбільш ефективного алгоритму для кожного конкретного рухомого об'єкту, є актуальною задачею. Провести порівняльний аналіз фактичної точності алгоритмів визначення орієнтації одного математичного порядку можна тільки за допомогою спеціальних еталонних моделей обертання, які можуть бути дискретними або неперервними. У якості неперервних еталонних моделей використовують випадки існуючих точних розв'язків сукупності динамічних і кінематичних рівнянь обертання твердого тіла (моделі конічного руху та регулярної прецесії).

В даній роботі пропонуються нові неперервні моделі обертання твердого тіла, основані на представленні модельного кватерніона орієнтації у вигляді:

$$\begin{cases} \lambda_0(t) = \cos(k_1 t)\cos(k_2 t); \\ \lambda_{j1}(t) = \sin(k_1 t)\cos(k_2 t); \\ \lambda_{j2}(t) = \sin(k_2 t)\cos(k_3 t + \beta_3); \\ \lambda_{j3}(t) = \sin(k_2 t)\sin(k_3 t + \beta_3), \end{cases} \tag{2}$$

де $k_1, k_2, k_3, \beta_3$ – постійні параметри, а індекси $j1, j2, j3$ компонент векторної частини кватерніона $\Lambda(t)$ утворюють деяку перестановку чисел (1,2,3).

Квазікоординати (1) модельного руху при цьому визначаться аналітично:

$$\theta^*_{ni} = \theta_i(\mathrm{t_n}) - \theta_i(\mathrm{t_{n-1}}), i = 1,2,3, \tag{3}$$

де $\theta_i(t), i = 1,2,3$ – компоненти вектора позірного повороту $\vec{\theta} = \int_0^t \vec{\omega} \, dt$:

$$\theta_{j1}(t) = (k_1 - k_3)t + \frac{(k_1 + k_3)}{2k_2}\sin(2k_2 t);$$

$$\theta_{j2}(t) = 2k_2 \frac{\sin\big((k_1 - k_3)t - \beta_3\big) + \sin\beta_3}{k_1 - k_3} + \frac{1}{2}(k_1 + k_3)\left\{\frac{\sin\big((2k_2 - k_1 + k_3)t + \beta_3\big) - \sin\beta_3}{2k_2 - k_1 + k_3} - \frac{\sin\big((2k_2 + k_1 - k_3)t - \beta_3\big) + \sin\beta_3}{2k_2 + k_1 - k_3}\right\};$$

$$\theta_{j3}(t) = 2k_2 \frac{\cos\big((k_1 - k_3)t - \beta_3\big) - \cos\beta_3}{k_1 - k_3} - \frac{1}{2}(k_1 + k_3)\left\{\frac{\cos\big((2k_2 - k_1 + k_3)t + \beta_3\big) - \cos\beta_3}{2k_2 - k_1 + k_3} - \frac{\cos\big((2k_2 + k_1 - k_3)t - \beta_3\big) - \cos\beta_3}{2k_2 + k_1 - k_3}\right\}; \tag{4}$$

Якщо належним чином задати частоти $k_1, k_2, k_3$ і фазу $\beta_3$ в (2), то еталонна модель обертання представляється квазікоординатами (3), де компоненти вектора позірного повороту визначаються виразами (4), і відповідним точним кватерніоном орієнтації (2).

На основі отриманого в [3] розкладення 5–го порядку частинного розв’язку кінематичного рівняння в кватерніонах в степеневий ряд в термінах першої різниці вектора позірного повороту одержані алгоритми четвертого порядку, векторна частина кватерніона повороту яких явно залежить від динамічних коефіцієнтів і приведених моментів. Для степеневих алгоритмів побудовані їх інтерполяційні модифікації, що не містять динамічні коефіцієнти і приведені моменти. Це можливо за рахунок використання інформації про позірні повороти, що зняті у внутрішніх точках такту $[\mathrm{t}_{\mathrm{n}-1}, \mathrm{t}_{\mathrm{n}}]$. На еталонній моделі (2), (3), (4) показано, що інтерполяційні модифікації степеневих алгоритмів мають підвищені точності характеристики у порівнянні з відомими різницевими алгоритмами.

Висновки. Запропонована нова аналітична трьохчастотна еталонна модель обертання твердого тіла, в основі якої лежить тригонометричне мультиплікативне представлення кватерніона орієнтації. Показано, що за допомогою цієї моделі при належному виборі параметрів можна отримати достатньо широкий набір рухів об’єкта як твердого тіла. Для степеневих алгоритмів четвертого порядку на запропонованій еталонній моделі при різних значеннях параметрів отримані оцінки похибки визначення орієнтації типу дрейфу.

**Список літератури:**

**1.** *Бранец В.М.* Введение в теорию безплатформенних инерционных навигационных систем. / *В.М. Бранец, И.П. Шмыглевский* – М.: Наука, 1992. – 290 с.

**2.** *Mortensen R.E.* Strapdown Guidance Error Analysis. – IEEE Trans. Aerospace and Electr. Syst., 1974, vol. 10, No 4, pp.451–458.

**3.** *Плаксий Ю.А.* Разложение 5–го порядка частного решения кинематического уравнения в кватернионах в ряд по степеням кажущихся поворотов / Ю.А.Плаксий// Вісник НТУ «ХПІ», № 42. – 2009. – С. 137–141.