

М.Ю. ЛАЗАРЕВ, С.В. ОЛЬШАНСЬКИЙ, канд. фіз.-мат. наук

Задача падіння краплі під малим кутом до вертикалі

Для технічних розрахунків польоту крапель бажано мати прості, але досить точні теорії. Певний компроміс між цими вимогами можна досягти, розглядаючи краплю як тверде сферовидне тіло змінної маси. Його рух у газовому середовищі найбільш просто дослідити методами теоретичної механіки, зробивши певні припущення стосовно взаємодії краплі з газом.

Виходячи з цього проведемо короткий огляд публікацій, у яких висвітлено особливості використання розпиленних струменів у пожежній справі. Численні дослідження вказують на те, що розпилення вогнегасних рідин до певних розмірів крапель підвищує їх вогнегасну дію. Серед ранніх видань російською заслуговує на окрему увагу монографія [1], де розглянуто хімічні та фізичні процеси, що виникають при горінні та під час його гасіння. У ній зауважено на те, що в наслідок диспергування вогнегасних рідин скорочуються їх витрати та час гасіння пожежі. Про ефективність використання технічних засобів, які подають розпилені вогнегасні рідини в осередок горіння, йдеться у статті [2].

Отже, з наведеного випливає необхідність подальшого вивчення польоту дрібних крапель вогнегасної рідини.

Вважаємо, що початкова швидкість витікання краплі \vec{v}_0 , крім вертикальної v_3 , має також горизонтальну проекцію v_1 , причому $v_1 \leq 0,2v_3$.

Положення краплі на траєкторії визначається координатами x і z , а зменшення радіуса краплі в ході польоту пропорційне довжині радіуса вектора $R = R(x, z) = (x^2 + z^2)^{1/2}$. Вісь oz спрямована донизу. λ – коефіцієнт швидкості зменшення радіуса в часі. k – зведений коефіцієнт аеродинамічного опору. r_0 – початковий радіус краплі. g – прискорення вільного падіння.

За цих припущень рух частки описується системою рівнянь

$$\frac{d\dot{x}}{dt} + \frac{k\dot{x}}{r_0 - \lambda R} (\dot{x}^2 + \dot{z}^2)^{1/2} = 0; \quad \frac{d\dot{z}}{dt} + \frac{k\dot{z}}{r_0 - \lambda R} (\dot{x}^2 + \dot{z}^2)^{1/2} = g \quad (1)$$

Оскільки v_3 значно більша, ніж v_1 , то для будь якого t , $z(t)$ буде значно більшим, ніж $x(t)$.

З метою одержання аналітичних розв'язків спростимо нелінійну систему (1). Враховуючи малий вплив гравітації, особливо на початковій ділянці руху, будемо вважати траєкторію близькою до прямої лінії. Перейшовши від похідної по t до похідних за просторовими координатами, одержуємо (2)

$$\frac{d\dot{x}}{dx} + \frac{k_1\dot{x}^2}{r_0 - \lambda_1 x} = 0; \quad \frac{d\dot{z}}{dz} + \frac{k_3\dot{z}^2}{r_0 - \lambda_3 z} = \frac{g}{\dot{z}}. \quad (2)$$

Розв'язок першого рівняння, що задовольняє початкові умові $\dot{x}(0) = v_1$, має вигляд

$$\dot{x} = v_1 \left(1 - \frac{\lambda_1 x}{r_0} \right)^{k_1/\lambda_1} = v_1 \left(1 - \frac{\lambda_1 v_1}{r_0 v_3} z \right)^{k_1/\lambda_1} \quad (3)$$

Розв'язок другого рівняння теж отримуємо в елементарних функціях:

$$\dot{z} = (r_0 - \lambda_3 z)^{k_3/\lambda_3} \left[v_3^2 r_0^{-2/\lambda_3} + \frac{2g}{\lambda_3 - 2k_3} \left(r_0^{\lambda_3 - 2k_3/\lambda_3} - (r_0 - \lambda_3 z)^{\lambda_3 - 2k_3/\lambda_3} \right) \right]^{1/2} \quad (4)$$

Використовуючи формули (3) і (4) можна наближено обчислити проекції швидкості квазівертикального падіння краплі в залежності від зміни висоти польоту.

Прийmemo наступні вихідні дані: $r_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ м; $k = 3,12 \cdot 10^{-5}$; $\lambda = 10^{-5}$; $v_1 = 10$ м/с; $v_3 = 80$ м/с.

Таблиця 1

Результати розрахунків проекцій швидкості краплі двома способами

z, м	Числове інтегрування системи (1)		По формулам (3), (4)	
	\dot{x} , м/с	\dot{z} , м/с	\dot{x} , м/с	\dot{z} , м/с
0.1	9.844	78.761	9.844	78.761
0.5	9.235	73.941	9.235	73.939
1	8.510	68.200	8.510	68.205
2	7.179	57.677	7.179	57.680
5	4.043	33.009	4.043	33.006
10	1.125	10.813	1.123	10.797
15	0.125	4.403	0.123	4.370

У межах задачі за допомогою розрахункових формул (3) та (4), були отримані залежності швидкості вертикального падіння краплі від переміщення. Результати в таблиці свідчать про високу точність запропонованих наближених формул.

Список літератури:

1. Шрайбер Г.М. Огнетушащие средства: Химико-физические процессы при горении и тушении. – М.: Стройиздат, 1975. – 240с.
2. Шаповалова Е.А. Оценка достоверности при расчёте дальности подачи огнетушащего вещества // Проблемы пожарной безопасности: Сб. науч. тр. Вып. 7. – Харьков: Фолио, 2000. – С. 227 – 229.