

СЕКЦІЯ 2. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В МЕХАНІЦІ І СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ

УДК 681.5.01

А.А. БОЛЬШАК, Ю.И. ДОРОФЕЕВ, канд. техн. наук, доц.

Стабилизирующее управление системой водоснабжения на основе метода инвариантных эллипсоидов

Современные системы водоснабжения (СВ), представляющие собой комплекс сооружений для подъема, очистки и подачи потребителям воды, состоят из большого количества взаимосвязанных труб, резервуаров, насосных станций, вентилях и других гидравлических элементов, посредством которых вода доставляется к объектам потребления из подземных источников либо наземных водоемов.

В настоящее время в большинстве случаев управление СВ осуществляется с помощью эвристических правил и «исторически сложившихся» стратегий [1], которые не гарантируют оптимальной политики управления в современных крупномасштабных взаимосвязанных сетях. В связи с этим весьма актуальной является задача разработки оптимальных стратегий управления системами водоснабжения, в основе которых лежат математические модели работы сети и методы современной теории автоматического управления.

В работах [2, 3] представлены различные подходы к построению математических моделей систем подачи и распределения воды. В данной работе в качестве переменных состояний модели рассматриваются объемы воды в резервуарах, измеряемые в м^3 , и величины давления (напора) воды в исходящих из резервуаров потоках, измеряемые в м. Предполагается, что переменные состояний доступны непосредственному измерению. В качестве управляющих переменных рассматриваются объемы воды, проходящие через управляемые гидравлические элементы в текущем периоде, измеряемые в м^3 . Внешними возмущениями являются объемы потребляемой воды и объемы утечек, также измеряемые в м^3 .

Для любого узла сети можно записать уравнение баланса массы в виде разностного уравнения, учитывающего все входящие и исходящие потоки. Связь между объемами перекачиваемой воды и давлением в потоке воды определяется уравнением Бернулли, которое является нелинейным и выражает закон сохранения механической энергии в жидкости.

Для моделирования запаздываний, связанных с транспортировкой воды от источников до резервуаров, а затем до потребителей, используется модель дискретной задержки, поскольку предполагается, что значения интервалов времени, требуемых для транспортировки воды по каждому участку сети известны и не меняются в процессе функционирования системы.

Тогда математическая модель системы водоснабжения с учетом

запаздываний может быть представлена в виде нелинейной дискретной модели в пространстве состояний. В процессе функционирования системы должны выполняться структурные ограничения, определяемые максимальными объемами резервуаров сети и допустимыми значениями напора воды, а также максимальной мощностью насосов.

Для построения робастно устойчивой системы управления предлагается использовать прямой метод Ляпунова, а также метод инвариантных эллипсоидов [4]. В результате синтез оптимального регулятора сводится к поиску наименьшего инвариантного эллипсоида замкнутой динамической системы. При этом закон управления строится в виде линейной обратной связи по сигналу рассогласования между наличным и страховым уровнями запаса. Значения элементов вектора, определяющего уровень страховых запасов, вычисляются на основании средних значений объемов потребления и утечек воды с учетом теоремы об аппроксимации произвольных выпуклых множеств, не обладающих симметрией относительно начала координат, и эквивалентной модели Леонтьева.

Использование математического аппарата линейных матричных неравенств позволило свести задачу синтеза управляющих воздействий к задачам полуопределенного программирования и одномерной выпуклой оптимизации.

В качестве примера рассмотрен фрагмент системы водоснабжения города Харьков, который состоит из наземного источника, трех насосных станций и двух подкачивающих насосов, пяти резервуаров и четырех секторов потребления. Численное решение задачи получено с помощью свободно распространяемого пакета программ CVX для системы MATLAB [6].

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод об эффективности предложенного подхода к решению задачи построения робастной стабилизирующей стратегии управления запасами воды в системе водоснабжения в условиях неопределенности объемов потребления воды и интервалов времени, требуемых для перекачивания воды, при наличии структурных ограничений на состояния и управляющие воздействия.

Список литературы:

1. Петросов В. А. Управление региональными системами водоснабжения / В. А. Петросов. – Харьков: Основа, 1999. – 320 с.
2. Сумароков С. В. Математическое моделирование систем водоснабжения / С. В. Сумароков. - Новосибирск: Наука, 1983.
3. Brdys M. A. Operational control of water systems: structures, algorithms, and applications / M. A. Brdys, B. Ulanicki. – Prentice Hall International, UK, 1994.
4. Хлебников М. В. Оптимизация линейных систем при ограниченных внешних возмущениях (техника инвариантных эллипсоидов) / М. В. Хлебников, Б. Т. Поляк, В. М. Кунцевич // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 11. – С. 9-59.
5. Boyd S. Linear matrix inequalities in system and control theory / S. Boyd, El. Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan. – Philadelphia: SIAM, 1994.
6. Grant M. CVX: MATLAB software for disciplined convex programming, version 1.21. / M. Grant, S. Boyd // URL: <http://cvxr.com/cvx>.