

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ R-ФУНКЦІЙ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ КІНЦЕВИМ ТЕМПЕРАТУРНИМ СТАНОМ

Гибкіна Н. В., Сидоров М. В.

Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків

У роботі розглянуто задачу оптимального керування кінцевим температурним станом [1]. Математична модель процесу розповсюдження тепла у однорідній пластинці, яка займає область Ω , має вигляд:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \Delta u + f(t, x, y) + p(t, x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \quad t \in (0, T], \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} + \alpha u \Big|_{\partial \Omega} = 0, \quad (2)$$

де $f(t, x, y) \in L_2(\Omega \times (0, T))$ – задана функція, а $p(t, x, y)$ – керуюча функція.

Умови (2) означають, що у початковий момент часу пластинка має нульову температуру, а на її межі за законом Ньютона відбувається конвективний теплообмін з навколишнім середовищем нульової температури.

Нехай $z(x, y)$ – бажаний розподіл температури у пластинці у момент часу T . Задача оптимального керування кінцевим температурним станом полягає у відшуванні такого припустимого керування $p^*(t, x, y)$ та відповідного йому розв'язку $u^*(t, x, y)$ задачі (1), (2), які мінімізують функціонал якості

$$I = \iint_{\Omega} [u(T, x, y) - z(x, y)]^2 dx dy + \beta \int_0^T \iint_{\Omega} p^2(t, x, y) dx dy dt. \quad (3)$$

Класичним підходом до розв'язання задач типу (1) – (3) є використання принципу максимуму Понтрягіна у поєднанні з методом Фур'є [2]. Але при розв'язанні багатовимірних задач теорії теплопровідності цей підхід натикається на деякі перешкоди, пов'язані з тим, що система власних функцій задачі Штурма-Ліувілля у явному вигляді може бути побудована лише для обмеженої кількості класичних областей (квадрат, круг тощо). Щоб подолати цю перешкоду, нами пропонується для розв'язання задачі (1) – (3) використовувати принцип максимуму Понтрягіна у поєднанні з методом Гальоркіна. При цьому для реалізації методу Гальоркіна для побудови повної ортонормованої системи координатних функцій пропонується використовувати конструктивний апарат теорії R-функцій, розроблений акад. НАН України В.Л. Рвачовим. Реалізацію запропонованого методу оптимального керування кінцевим температурним станом продемонстровано на тестових прикладах задач у різних областях Ω .

Література:

1. Farag M. H., Nofal T. A., El-Nashar A. I., Al-Baqmi N. M. On an optimal control problem for parabolic equations // International Journal of Computational Engineering Research (IJCER). 2015. Vol. 5, № 3. Pp. 14-21.
2. Егоров А. И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. М.: Наука, 1978. 464 с.