

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗРИВНОЇ ВНУТРІШНЬОЇ СТРУКТУРИ ТРИВИМІРНОГО ТІЛА

Першина Ю. І.

*Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут», м. Харків*

Методи наближення неперервних функцій за допомогою неперервних поліномів або сплайнів є загальновідомими. Але дуже часто зустрічаються практичні задачі, в яких потрібно наближувати розривні функції. Тобто треба вміти будувати математичні моделі внутрішньої структури розривних об'єктів та знаходити їх розриви (точки, лінії, площини). Зокрема, така задача зустрічається в цифровій обробці сигналів, при дослідженні внутрішньої структури великогабаритних виробів при неруйнівному контролі, комп'ютерній томографії та інші. Важливим етапом розв'язання такої задачі є вибір методу наближення в залежності від типу вхідної інформації про функцію (інтерполяція, інтерлінація [1], інтерфлетація та інші)

В роботі пропонується метод відновлення розривної функції трьох змінних за допомогою розривної інтерполяції.

Нехай область визначення функції $f(x, y, z)$ розбивається на елементи – паралелепіпеди $\Pi_{i,j,k} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}] \times [z_k, z_{k+1}]$. Будемо вважати, що функція має розриви першого роду на деяких площинах, при чому в кожній точці (x_i, y_j, z_k) заданої сітки вузлів може бути задано вісім різних значення наближуваної функції:

$$C_{i,j,k}^{(\pm)(\pm)(\pm)} = \lim_{x \rightarrow x_i \pm 0, y \rightarrow y_j \pm 0, z \rightarrow z_k \pm 0} f(x, y, z), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, k = \overline{1, p}.$$

В роботі будується розривний інтерполяційний сплайн на заданій сітці вузлів $I(x, y, z) = g_{ijk}(x, y, z)$, $(x, y, z) \in \Pi_{i,j,k}, i = \overline{1, m-1}, j = \overline{1, n-1}, k = \overline{1, p-1}$.

Доводиться, що побудована розривна конструкція є білінійною в кожному елементі розбиття та задовольняє властивостям:

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow y_{i+1}-0} I(x, y, z) &= g_{ijk}(x, y_{j+1}, z), \quad \lim_{y \rightarrow y_j+0} I(x, y, z) = p_{ijk}(x, y_j, z), \\ \lim_{z \rightarrow z_{k+1}-0} I(x, y, z) &= g_{ijk}(x, y, z_{k+1}), \quad \lim_{z \rightarrow z_k+0} I(x, y, z) = g_{ijk}(x, y, z_k), \quad (x, y, z) \in \Pi_{i,j,k} \end{aligned}$$

Зауважимо, що класичний інтерполяційний сплайн є частковим випадком побудованого розривного сплайна у випадку, якщо відповідні односторонні границі у вузлах прямокутної сітки рівні між собою та дорівнюють відповідним вхідним значенням функції, яку треба відновити. В роботі також доводяться теореми про інтегральний вигляд та оцінку похибки наближення.

Література:

1. Сергієнко І.В. Теорія розривних сплайнів та її застосування в комп'ютерній томографії: монографія / І.В.Сергієнко, В.К. Задірака, О.М.Литвин, Ю.І. Першина – К. : Наук. думка, 2017. – 314 с.