ФОРМАЛЬНІ НЕЕЙЛЕРОВІ КІНЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ І ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДО ОПРАЦЮВАННЯ АЛГОРИТМІВ ВИЗНАЧЕННЯ КВАТЕРНІОНІВ ОРІЄНТАЦІЇ

Плаксій Ю.А.
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків

В роботі представлені результати розробки кватерніонних кінематичних моделей кутового руху твердого тіла, які засновані на мультиплікативному представленні компонент кватерніона орієнтації $\Lambda(t) = \left(\lambda_0(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t)\right)$ у вигляді суперпозицій тригонометричних функцій лінійних кутів:

$$\Lambda(t) = \Lambda\left(sin(\phi_i), cos(\phi_i)\right), \phi_i = k_i t, i = 1,2,3. \quad (1)$$

Формалізм моделей (1) полягає в тому, що кути ϕ_i не є ейлеровими кутами, оскільки вони не мають геометричної інтерпретації, пов'язаної з послідовністю елементарних поворотів навколо координатних осей.

Конструктивність представлення кінематичної моделі у вигляді (1) полягає в тому, що для модельного кватерніона $\Lambda(t)$ обов'язково повинна виконуватися умова нормування $\|\Lambda(t)\| = 1$, яка пов'язана з існуванням першого інтегралу кватерніонного кінематичного рівняння.

На основі оберненого кінематичного рівняння формально можна отримати аналітичні вирази для вектора кутової швидкості, яка відповідає кватерніону орієнтації (1), за формулою:

$$\vec{\omega}(t) = 2\widetilde{\Lambda}(t) \circ \dot{\Lambda}(t), \quad (2)$$

де $\widetilde{\Lambda}(t)$ – **спряжений кватерніон до модельного кватерніона $\boldsymbol{\Lambda(t)}$, а $\boldsymbol{\vec{\omega}(t)}$ має проекції на зв'язані осі.** Таким чином, сукупність формул (1) і (2) можна інтерпретувати як формальні аналітичні розв'язки системи кінематичного і динамічного рівнянь кутового руху твердого тіла.

Представлення проекцій вектора кутової швидкості кутового руху в аналітичному вигляді (2) дозволяє на основі аналітичного інтегрування промоделювати кутові квазікоординати на виході гіроскопічних датчиків у вигляді

$$\vec{\theta}_n^{*(k)} = \int_{t_{n-1}+((k-1)/N)h}^{t_{n-1}+(k/N)h} \vec{\omega}(t)dt, \qquad k = 1,2,\ldots,N, \quad (3)$$

де h - задана величина кроку обчислень, $h = t_n - t_{n-1}$, N- число точок знімання інформації з датчиків кутової швидкості на такті обчислень. Це дозволяє використовувати формальну модель кутового руху (1), (2) як еталонну для точносного аналізу і оптимізації алгоритмів орієнтації.

Запропонована методика побудування формальних неейлерових кінематичних моделей розширює клас існуючих кінематичних моделей, які наразі обмежені моделями конічного типу.

Наводяться результати розробки і аналізу двочастотних і тричастотних формальних кінематичних моделей і приклади оптимізації відомих алгоритмів орієнтації на цих моделях.