

**ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДОМ ДВОБІЧНИХ НАБЛИЖЕНЬ
НАПВЛІНІЙНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО
РІВНЯННЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКУ**

Савченко А. В.

Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків

Розглянемо напівплінійне диференціальне рівняння четвертого порядку вигляду

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[E(x)I(x) \frac{d^2u}{dx^2} \right] = f(x, u), \quad 0 < x < l, \quad (1)$$

де $E(x)$ – модуль пружності Юнга; $I(x)$ – момент інерції поперечного перерізу; $f(x, u)$ – нелінійна функція, що описує дію зовнішньої сили.

Рівняння (1) виникає у теорії пружності, зокрема моделює процес прогину балки довжиною l , на яку діє нелінійна зовнішня сила $f(x, u)$ [1].

За деяких припущень на математичну модель від дослідження рівняння (1) можемо перейти до розгляду диференціального рівняння вигляду

$$\frac{d^4u}{dx^4} = \sigma \frac{u}{1+u} + q(x), \quad x \in (0,1). \quad (2)$$

Для різних способів закріплення кінців балки ми отримуємо різні крайові умови. Наприклад, у випадку, коли один кінець балки жорстко закріплено, а інший – просто підтримується, отримуємо крайові умови вигляду [2]

$$u(0) = u'(0) = 0, \quad u(1) = u'. \quad (3)$$

До розв'язання задачі (2), (3) застосуємо метод двобічних наближень на основі використання методу функцій Гріна [3]. Метод двобічних наближень полягає у заміні крайової задачі еквівалентним інтегральним рівнянням Гаммерштейна. Для задачі (2), (3) отримуємо інтегральне рівняння Гаммерштейна з гетеротонним оператором. Сенс еквівалентності крайової задачі (2), (3) та інтегрального рівняння полягає у тому, що узагальненим розв'язком крайової задачі (2), (3) називатимемо функцію $u^* \in C[0,1]$, яка є розв'язком зазначеного інтегрального рівняння. Якщо гетеротонний оператор у інтегральному рівнянні має сильно інваріантний конусний відрізок, то, взявши кінці цього відрізка за початкові наближення, можна побудувати двобічний ітераційний процес знаходження наближеного розв'язку задачі. Отримано умови збіжності ітераційного процесу до додатного розв'язку задачі (2), (3).

Література:

1. Gere J. M., Timoshenko S. P. *Mechanics of Materials*. 4th Edition. Boston : PWS Publishing Company, 1997. 914 p.
2. Gupta C. P. Existence and uniqueness theorems for the bending of an elastic beam equation. *Applicable Analysis: An International Journal*. 1988. № 26 (4). P. 289-304.
3. Сидоров М. В. Метод двобічних наближень розв'язання першої крайової задачі для нелінійних звичайних диференціальних рівнянь на основі використання функції Гріна. *Радіоелектроніка, інформатика, управління*. 2019. № 1 (48). С. 57 – 66.