

МЕТОД R-ФУНКЦІЙ У ЧИСЕЛЬНОМУ ДОСЛІДЖЕННІ ЗАДАЧ ОБТІКАННЯ

Дудар М. А., Сидоров М. В.

Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків

У роботі розглядається задача про обтікання циліндричного тіла стаціонарним безвихровим поступальним безциркуляційним потоком нев'язкої (ідеальної) рідини, швидкість якої на нескінченності V_∞ спрямована вздовж більшої вісі профілю тіла. Математична модель має вигляд:

$$\Delta\psi = 0 \text{ зовні } \bar{\Omega},$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad \psi|_{x^2+y^2 \rightarrow +\infty} \rightarrow V_\infty y.$$

Тут $\bar{\Omega}$ – поперечний переріз тіла, що обтікається, $\partial\Omega$ – контур напрямної циліндричного тіла, ψ – функція течії, що пов'язана з компонентами вектора швидкостей потоку за формулами $v_x = \frac{\partial\psi}{\partial y}$, $v_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$, Δ – оператор Лапласа.

Відповідно до методу R-функцій [1 – 3], структуру розв'язку цієї крайової задачі можна записати як $\psi = \omega_M(\psi_0 + \Phi) + \omega_M(1 - \omega_M)\Phi_1$. Тут $\psi_0 = V_\infty \left(\rho - \frac{R^2}{\rho}\right) \sin\phi$ – точний розв'язок задачі для випадку, коли $\partial\Omega$ є коло радіусу R вигляду. Функція $\omega_M = f_M(\omega)$ обираємо у вигляді

$$f_M(\omega) = \begin{cases} 1 - \exp\frac{\omega}{\omega-M}, & 0 \leq \omega < M, \\ 1, & \omega \geq M, \end{cases}$$

де $\omega(x, y) = 0$ – рівняння межі $\partial\Omega$. Невизначені компоненти структури Φ і Φ_1 оберемо у вигляді $\Phi = \sum_{k=1}^{m_1} a_k \phi_k$, $\Phi_1 = \sum_{j=1}^{m_2} b_j \tau_j$, де $\{\phi_k(\rho, \phi)\}$, $k = 1, 2, \dots$, $\{\tau_j(\rho, \phi)\}$, $j = 1, 2, \dots$ – повні системи частинних розв'язків рівняння Лапласа відносно зовнішності кола скінченного радіусу та відносно області $\{\omega(x, y) < M\}$ відповідно. Коефіцієнти a_k і b_j знаходяться за методом Рітца. Комп'ютерне моделювання було проведено у пакеті Mathematica 10.3 для випадку обтікання еліптичного циліндра. Отриманий наближений розв'язок порівняно з точним.

Література:

1. Рвачёв В. Л. Теория R-функций и некоторые её приложения. Киев : Наукова думка, 1982. 552 с.
2. Стрельченко А. Й., Колосова С. В., Рвачов В. Л. Про один метод розв'язування крайових задач. *Доповіди АН УРСР, сер. А.* 1972. № 9. С. 837 – 839.
3. Lamtygova S. N., Sidorov M. V. Numerical analysis of the problem of flow past a cylindrical body applying the R-functions method and the Galerkin method. *ECONTECHMOD. An International Quarterly Journal on Economics in Technology, New Technologies and Modelling Processes.* 2014. Vol. 3, No. 3. Pp. 43 – 50.