МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ САМОЗАЙМАННЯ МЕТОДАМИ РОТЕ ТА КВАЗІФУНКЦІЙ ГРІНА-РВАЧОВА ПОБУДОВИ ДВОБІЧНИХ НАБЛИЖЕНЬ

Калініченко А. С.
Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків

У роботі розглядається початково-крайова задача для двовимірного напівлінійного рівняння теплопровідності для функції зміни температури, що виникає при дослідженні методами математичного моделювання процесів самозаймання у насипові матеріалу, переріз якого описується областю Ω:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = A\Delta\theta + Be^{\theta}, \boldsymbol{x} \in \Omega, t \in (0, t_0], \tag{1}$$

$$\theta(\boldsymbol{x}, t) > 0, \boldsymbol{x} \in \Omega, t \in (0, t_0], \tag{2}$$

$$\theta(\boldsymbol{x}, 0) = 0, \boldsymbol{x} \in \bar{\Omega}, \tag{3}$$

$$\theta(\boldsymbol{x}, t) = 0 \text{ на } \partial\Omega, t \in [0, t_0], \tag{4}$$

де Δ – оператор Лапласа, $A > 0$, $B > 0$ – параметри, що задають фізико-хімічні властивості процесу, $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2)$, Ω – обмежена область з $\mathbb{R}^2$, t_0 – час моделювання.

Введемо на часовому проміжку моделювання сітку з фіксованим кроком τ, вздовж вузлів якої будемо, згідно з методом Роте, шукати розв'язок задачі (1) – (4). Апроксимацією відношенням скінченних різниць частинної похідної за часом отримаємо набір крайових задач, які будемо розв'язувати послідовно. Кожну задачу за допомогою квазіфункції Гріна-Рвачова [1] зводимо до інтегрального рівняння Урисона з гетеротонним оператором, для якого будуємо сильно інваріантний конусний відрізок, кінці якого стануть початковими значеннями для ітераційного процесу двобічних наближень.

Наближенням до точного розв'язку на відповідному часовому шарі на кожній ітерації є половина суми верхнього та нижнього наближень, при цьому є можливість оцінити похибку як максимум їх різниці, тому ітераційний процес варто продовжувати доки це значення не буде менше ніж 2ε, де ε – завчасно задана необхідна точність. Результатом послідовного застосування запропонованого ітераційного процесу на кожному часовому шарі є набір функцій, неперервних за просторовими змінними.

Роботу запропонованого методу продемонстровано на тестовому прикладі задачі для $\Omega = \{(x_1, x_2): x_1^2 + x_2^2 < 1\}$ – кругової області з радіусом 1, що описана функцією $\omega(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2}(1 - x_1^2 - x_2^2)$, для $A = 1$, $B = 1{,}25$, $t_0 = 1$, $\tau = \frac{1}{3}$.

Література:

1. Sidorov M. V. Green-Rvachev's quasi-function method for constructing two-sided approximations to positive solution of nonlinear boundary value problems. *Carpathian Mathematical Publications*. 2018. Т. 10, № 2. С. 360-375.