

**ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДОМ ДВОБІЧНИХ НАБЛИЖЕНЬ
ОДНОВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ З
ЛІНІЙНИМ КОЕФІЦІЄНТОМ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ТА
ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ТЕПЛА**

Василишин К. В.

Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків

У роботі розглядається одновимірна задача:

$$-\frac{d}{dx}\left(T\frac{dT}{dx}\right) = \lambda e^T, \quad x \in (0, 1), \quad T(0) = T(1) = 0. \quad (1)$$

Заміна $u = \frac{1}{2}T^2$ зводить задачу (1) до задачі

$$-\frac{d^2u}{dx^2} = \lambda e^{\sqrt{2u}}, \quad x \in (0, 1), \quad u(0) = u(1) = 0. \quad (2)$$

Інтегральне рівняння, що є еквівалентним задачі (2), матиме вигляд

$$u(x) = \lambda \int_0^1 G(x, s) e^{\sqrt{2u(s)}} ds, \quad (3)$$

де $G(x, s)$ – відповідна оператору задачі (2) функція Гріна.

Рівняння (3) розглядатимемо як операторне рівняння у просторі $C[0, 1]$, напіворядкованому конусом невід'ємних функцій [1]. Інваріантний конусний відрізок шукатимемо у вигляді $\langle v_0, w_0 \rangle = \langle 0, \beta \rangle$. Тоді для визначення β матимемо нерівність $\lambda \int_0^1 G(x, s) e^{\sqrt{2\beta}} ds \leq \beta, x \in [0, 1]$, яка зводиться до вигляду

$$M \cdot \lambda e^{\sqrt{2\beta}} \leq \beta, \quad (4)$$

де $M = \max_{x \in [0, 1]} \int_0^1 G(x, s) ds = \frac{1}{8}$. Якщо $\lambda \leq 16e^{-2}$, то нерівність (4) виконується для $\beta \in [\underline{\beta}, \bar{\beta}]$. Ітераційна схема з двобічним характером збіжності для задачі (2) матиме вигляд

$$v^{(k+1)}(x) = \lambda \int_0^1 G(x, s) e^{\sqrt{2v^{(k)}(s)}} ds, \quad w^{(k+1)}(x) = \lambda \int_0^1 G(x, s) e^{\sqrt{2w^{(k)}(s)}} ds, \quad k = 0, 1, \dots$$

$$v^{(0)}(x) = 0, \quad w^{(0)}(x) = \underline{\beta}.$$

Якщо $\max_{x \in [0, 1]} (w^{(k)} - v^{(k)}) < 2\varepsilon$, то за наближений розв'язок заадчі (1)

вважатимемо функцію $T^{(k)} = \sqrt{2u^{(k)}}$, де $u^{(k)} = \frac{w^{(k)} + v^{(k)}}{2}$.

Література:

1. Сидоров М.В. Метод двобічних наближень розв'язання першої крайової задачі для нелінійних звичайних диференціальних рівнянь на основі використання функції Гріна. *Радіоелектроніка, інформатика, управління*. 2019. № 1 (48). С. 57-66.